

学籍番号：

氏名：

■解答上の注意

1. 誰もが読める（読み間違いをしない）ように丁寧な文字でわかりやすい答案をつくること。あいまいな文章（正答とも誤答とも意味の取れる文章）は正答としない。また、判別できない文字（たとえば、ピリオドとカンマ、1と7判読）は採点の対象からはずす。
2. 問題文中の用語・記号は、特に断らない限り、講義で用いている意味で使う。
3. 解答の中で独自に用いる記号（アルファベットなど）はその意味を明記すること。

.....

1. AL プログラム

与えられた非負整数を 5 進法で、最下位桁から順に答える AL プログラムを書きなさい。例えば、2019 が入力されたとき、この数は 5 進法で表すと 31034 なので、出力は 43013 となる。ただし、与えられた値 x を超えない最大の整数を返す関数 $\text{ROUND}(x)$ を用いてもかまわない。このとき、整数 x を整数 y で割った余りは $x - \text{ROUND}(x/y) \cdot y$ と表すことができる。

(解答欄)

2. 数学の準備

集合 U, A, B を, それぞれ

$$U = \{x \mid -6 < x < 6, x \in \mathbb{Z}\},$$

$$A = \{x \mid x - 2 \text{ は } 3 \text{ で割り切れる}, x \in U\},$$

$$B = \{x \mid x = 2y + 1, y \in U\}$$

とする. このとき, 次の問いに答えなさい.

A) 集合 U を外延的記法で答えなさい.

B) $-7 \in A$ か否か. 理由とともに答えなさい.

C) $-3 \in A$ か否か. 理由とともに答えなさい.

D) $-1 \in A$ か否か. 理由とともに答えなさい.

E) $3 \in B$ か否か. 理由とともに答えなさい.

F) $1 \in B$ か否か. 理由とともに答えなさい.

G) 集合 $U \cap B$ を外延的記法で答えなさい.

3. 順序機械

入力記号の集合を $\Sigma = \{0, 1\}$, 出力記号の集合を $\Gamma = \{a, b, e\}$ とする. このとき, 入力の直近の 2 文字で 0 と 1 の個数を比較し 0 が 1 より多いとき a を, 1 が 0 より多いとき b を, 0 と 1 が同数のとき e を, それぞれ出力する順序機械 $A = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, \omega, q_0 \rangle$ を設計し, その状態遷移図を答えなさい. 例えば, 順序機械 A は, 入力 010011 に対して $aeaeab$ を, 01100 に対して $aebea$ を, それぞれ出力する.

(解答欄)

4. 有限オートマトン

2 進数表記された文字列を, 最上位ビットから順に読み取り, 入力 が 3 で割り切れるときに受理する有限オートマトンを作成しなさい. ただし, 空列の値は 0 とみなしてよい.

(解答欄)

5. チューリング機械

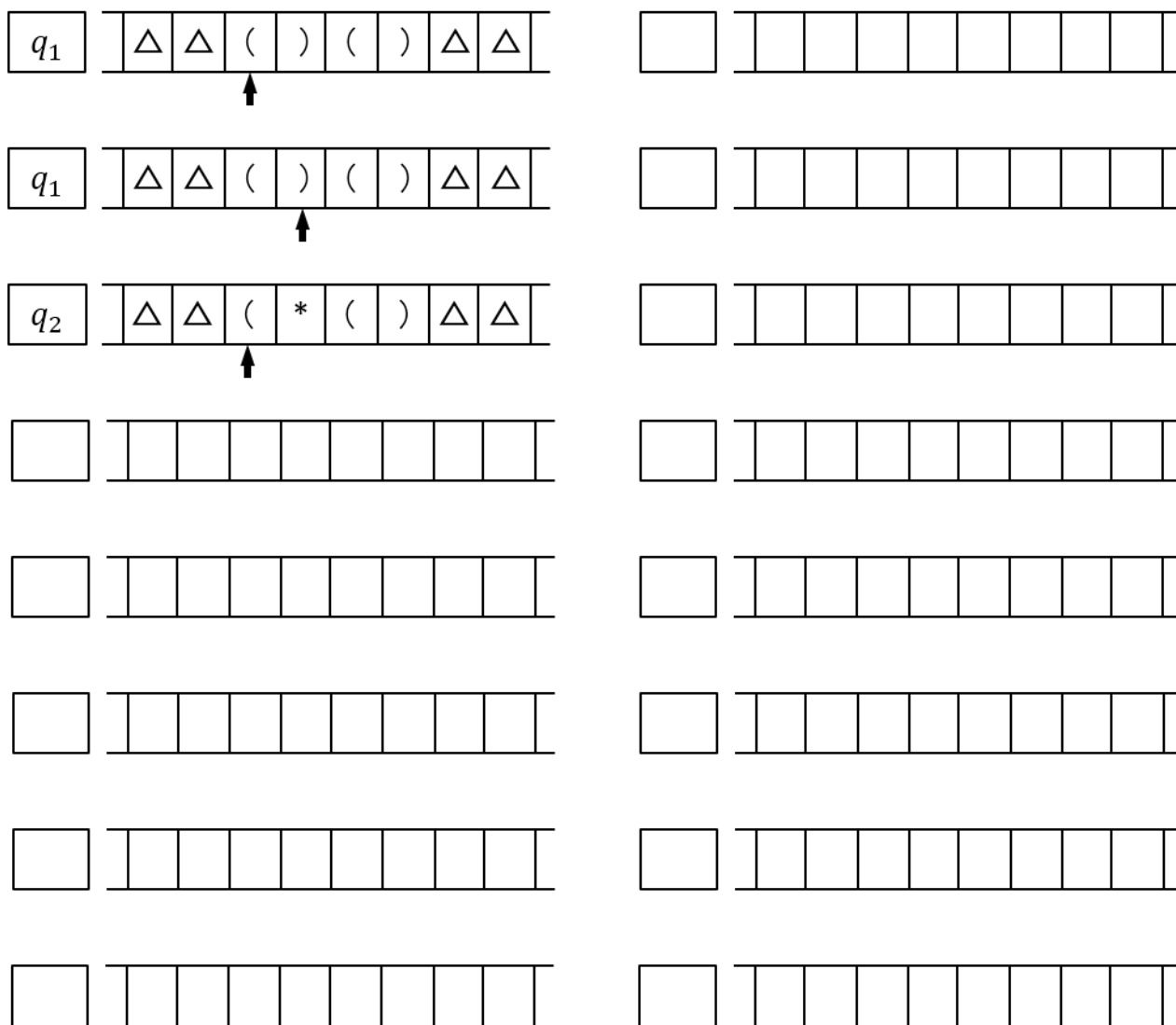
つぎのチューリング機械 $TM = \langle K, \Sigma, \sigma, q_1, q_4 \rangle$ について、次の問に答えよ。

$$K = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}, \Sigma = \{(\, , \,), \, *, \, 0, \, 1, \, \Delta\}, \sigma : \text{下図のとおり.}$$

σ	()	*	0	1	Δ
q_1	$q_1, (\, R$	$q_2, *, L$	$q_1, *, R$	$q_1, 0, R$	$q_1, 1, R$	q_3, Δ, L
q_2	$q_1, *, R$	$q_2,), L$	$q_2, *, L$	$q_2, 0, L$	$q_2, 1, L$	$q_4, 0, R$
q_3	$q_4, 0, R$	$q_3,), L$	$q_3, *, L$	$q_3, 0, L$	$q_3, 1, L$	$q_4, 1, R$
q_4	未定義	未定義	未定義	未定義	未定義	未定義

図：チューリング機械 TM の状態遷移表

[問 1] 下図は問の TM の動作を表している。下の図の続きを停止状態になるまで記入しなさい。



6. 一階述語論理の解釈

ジャンケンを表す解釈を考える。すなわち、領域 U を

$$U = \{\text{グー}, \text{チョキ}, \text{パー}\}$$

とし、述語 $p(x, y)$ を「 x は y に勝つ」を表すとする(詳細は略)。このとき、次の問いに答えなさい。

[問 1] p の真理集合 T_p を外延的記法で答えなさい。

[問 2] $\forall x \exists y p(x, y)$ の真理値を、理由とともに答えなさい。

[問 3] $\exists x \forall y p(x, y)$ の真理値を、理由とともに答えなさい。

7. 単一化

$a, b, c, d, e, 0$ を定数とし, f を 1 引数関数とする. このとき, 2 つのリテラルの最汎単一化代入を求めなさい. ただし, 単一化できない場合は「できない」と答えなさい.

1) $p(a, b, x, y, z)$ と $p(x, y, a, w, x)$

2) $p(a, x, c, d, x)$ と $p(a, b, y, d, e)$

3) $q(f(x), f(f(x)))$ と $q(f(f(0)), y)$

4) $r(f(x), x, a)$ と $r(f(0), 0, y)$

5) $q(f(x), y)$ と $q(y, x)$

8. 反駁

節集合の反駁証明について、以下の問いに答えなさい。

[問 1] 論理式 $\forall xy ((p(0) \Rightarrow q(1)) \wedge (q(x) \Rightarrow r(x)) \wedge p(y))$ と等価な節集合を求めなさい。

[問 2] 上の問いで求めた節集合から、論理式 $\exists x r(x)$ を反駁により証明し、その証明過程を、導出木を用いて表しなさい。

9. SLD

論理プログラムの計算について、以下の問いに答えなさい。

[問 1] 論理式 $\forall x \text{ add}(0, x, x) \wedge \forall xyz (\text{add}(x, y, z) \Rightarrow \text{add}(s(x), y, s(z)))$ と等価な論理プログラムを求めなさい。

[問 2] 上の問いで求めた論理プログラムを用いて、論理式 $\exists w \text{ add}(s(s(0)), w, s(s(s(0))))$ を SLD 反駁により計算し、その計算過程を、導出木を用いて表しなさい。