

7. 練習課題

1. $f(x) = \frac{1}{2}x - 1$ ($0 \leq x \leq 6$), $g(x) = \frac{1}{16}x^2 + 3$ ($0 \leq x \leq 4$) のとき、

(1) $(f \circ g)(x)$, $(g \circ f)(x)$ を求めよ

(2) $f^{-1}(x)$, $g^{-1}(x)$ を求めよ

(3) $(f \circ g)^{-1}(x) = (g^{-1} \circ f^{-1})(x)$ を確かめよ

2. つぎの関数の極限值を求めよ

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}}{x^2}$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x}$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

3. 次の関数の導関数を求めよ

(1) $(2x+3)\sqrt{x}$ (2) $\frac{3x+4}{x^2+1}$

4. 次の関数 $y = F(x)$ を微分せよ。

(1) $(\frac{1}{2}x^2 \log x) - \frac{1}{4}x^2$ (2) $\log \frac{1-x^2}{1+x^2}$

5. 次の不定積分を求めよ

(1) $\int \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx$ (2) $\int x^2 e^{3x} dx$ (3) $\int \frac{x}{(1+x^2)^3} dx$

(4) $\int x \log x dx$

6. 次の定積分を計算せよ:

(1) $\int_4^8 \frac{1}{\sqrt{2x}} dx$ (2) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin \frac{x}{2} dx$

7. 曲線 $y = \log x$ 、直線 $x = e$ および x 軸によって囲まれた部分の面積を求めよ