第11回　情報学基礎C　確認シート

学籍番号:______________________　　　名前:____________________

※ 自分で答えること。人のシートを見てはいけません。

※ 講義資料は見てもよいです。

1. 放物線 $y=x^2+2x-1$ と直線 $y=x+1$ とで囲まれる部分の面積 S を求めよ。

2. 放物線の方程式は、その集点を原点にとり、主軸を X 軸にとれば、つぎのようになります。

$y^2 = a(2x+a)\ \ (a>0)$

ここで、a は集点と準線の間の距離です。

放物線の方程式を極座標で表すために、$x = r\cos\theta,\quad y = r\sin\theta,\quad x^2 + y^2 = r^2$ を代入すれば、$y^2 = a(2x+a) \Rightarrow r^2\sin^2\theta = a(2r\cos\theta + a)$　したがって、

$r^2\sin^2\theta - 2ra\cos\theta - a^2 = 0$　これを、r に関する二次方程式と考えて、その正根を求めると、

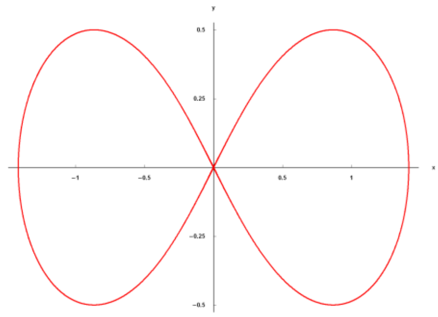
$$r = \frac{a\cos\theta + \sqrt{a^2\cos^2\theta + a^2\sin^2\theta}}{\sin^2\theta} = \frac{a(\cos\theta+1)}{\sin^2\theta} = \frac{a(\cos\theta+1)}{1-\cos^2\theta} = \frac{a(1+\cos\theta)}{(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)}$$

$$r = \frac{a}{1-\cos\theta}$$

すなわち、極座標による放物線の方程式は、$r = \dfrac{a}{1-\cos\theta}$

放物線 $r = \dfrac{a}{1-\cos\theta}$ と円 $r = 2a$ との共通部分の面積 S を計算せよ。

3．ベルヌーイのレムニスケート



ベルヌーイのレムニスケートは次の方程式で与えられます。

$(x^2+y^2)^2=a^2(x^2-y^2)$

（ここで、$a>0$）

この方程式は、極座標を使うと、簡単に表すことができます。

$x=r\cos\theta,\quad y=r\sin\theta,\quad x^2+y^2=r^2$

をレムニスケートの方程式に代入すると、

$(x^2+y^2)^2=a^2(x^2-y^2)\ \Leftrightarrow r^4=a^2(r^2\cos^2\theta-r^2\sin^2\theta)=a^2r^2\cos 2\theta \Rightarrow\ r^2=a^2\cos 2\theta$

そのベルヌーイのレムニスケート $r^2=a^2\cos 2\theta$ のループの面積 S を計算せよ。

4．上底の半径 a，下底の半径 $b\,(a<b)$，高さ h 直円錐台の体積を V とすると，

$V=\dfrac{\pi}{3}h(a^2+ab+b^2)$ が成り立つ。これを，定積分を用いて導け。