解析学

第1回:ガイダンス、復習

David Ramamonjisoa

◆講義の目標

- ✧情報処理システムを構築する上では、数学の果たす役割は大きい
- ✧本講義では、情報処理に関する研究や情報処理システムの構築に必要な解析学の基礎部分の習得を目指す
- ✧この講義は、学部教育目標の「コンピュータソフトウェアに関する技術の理解」(A3)と「情報システムに関する技術の理解」(A4)に関連する

◆目標の具体的な項目

1. 関数、極限、微分の基礎を理解する
2. 積分の基礎を理解する

◆授業の計画

第1 回～ 2 回

オリエンテーション、関数とグラフ

第3回

極限

第4回

連続

第5～6回

導関数(曲線の傾きと接線、微分の定義と表記法、微分の公式、合成関数の微分、陰関数の微分、指数・対数・三角・逆三角関数の微分)

◆授業の計画

第7回
　極大と極小
第8～9回
　原始関数、不定積分
第10回
　置換積分、部分積分
第11回　定積分
第12回
　置換積分や部分積分を用いた定積分の計算
第13回　面積と体積
第14回
　微分と積分の応用
第15回
　期末試験

◆テキスト＆講義資料

http://p-www.iwate-pu.ac.jp/~david/math/index.html

◆参考図書

1) 基礎数学ポプリー　　　　小寺　平治　著

2)数学III　学習ブックス　教科書ガイド　数研版

◆成績評価の方法

評価は、期末試験により行う

期末試験の目標1に関する問題で6 割以上の場合に合格とみなす

期末試験の目標2に関する問題で6 割以上の場合に合格とみなす

目標1、2の両方に合格することが単位取得の条件である

用語

- **定義(Definition)**
  きめごと
- **定理(Theorem)**
  定義に基づいて導かれる事実。証明ができる
- **命題(Proposition)**
  定理と同じようなものだが、定理ほど大きな主張ではない
- **補題(Lemma)**
  定理や命題を証明するためのわりと簡単な主張
- **系(Corollary)**
  定理や命題から簡単に導かれる事実

記号

- 全称記号：　$\forall$

全ての～，任意の～，という意味

- 存在記号：　$\exists$

ある～存在して，という意味

- 選言記号：　$\vee$

または，という意味

- 連言記号：　$\wedge$

かつ，という意味

数について(1)

- **自然数 (N)**

1,2,3,4,5,・・・

- **整数 (Z)**

0,±1, ±2, ±3, ±4, ±5,・・・

- **有理数 (Q)**

a,bを整数、b≠0とするとき、a/bと表現される数(分数、b=1のときは整数)

有理数は有限小数または循環無限小数となる

- **無理数**

循環しない無限小数 ($\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}, ..., \pi = 3.14\cdots, e = 2.71828\cdots$)

- **実数 (R)**

有理数と無理数を合わせたもの

数について(2)

- **複素数（C）**

  a,bを**実数**、$i=\sqrt{-1}$（$i^2=-1$）として$a+bi$の形に表される数を**複素数**といい、aを**実部**、bを**虚部**、iを**虚数単位**という

複素数$a+bi$は$b=0$のとき実数である。また、$b\neq 0$のとき虚数といい、特に$a=0$のとき**純虚数**という

- **数の分類**

- 複素数
  - 実数
    - 有理数
      - 整数
        - 正の整数=自然数
        - 0
        - 負の整数
      - 分数
    - 無理数
  - 虚数

集合(Set)

- 集合とは:

ある性質をもち、範囲が明確なものの集まり

「もの」は、数、点、関数、文字など論理的考察の対象となるものなら何でも良い

範囲が明確でない集まりは集合とはよばない

集合の例

1. 0から10までの偶数の集まり

   0,2,4,6,8,10
2. 男性の集まり
3. 方程式　$x^2 - x - 6 = 0$ の根の集まり

集合の種類

- 有限集合

  要素の個数が有限個の集合を有限集合という

$$A = \{1,2,3,4,5\}$$

- 無限集合

  無限に多くの要素を持つ集合を無限集合という

$$N = \{1,2,3,4,5,\ldots\}$$

記号の使い方の例

$1 \in N$:1は集合Nの要素である

$\sqrt{2} \in R,\ \sqrt{2} \notin Q$:

$\sqrt{2}$は集合Rの要素である,

$\sqrt{2}$は集合Qの要素でない

$-1 \in Z,\ -1 \notin N$

-1は集合Zの要素である,

-1は集合Nの要素でない

集合の記法(書き方）:

- 外延的記法:集合に属する要素を列挙(推測できるときは省略可)する

10より小さい正の整数の集合A

A={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

正の偶数全体の為す集合B:

B={2, 4, 6, 8,10, … }

- 内包的記法:集合の要素を特徴づける性質や条件を用いて記述する方法

偶数全体の為す集合C:

C＝{ 2n | nは整数}

1000以下の整数の集合D:

D＝{ n | n ≤ 1000 , nは整数}

公式

◆2次方程式の解の公式

$ax^2+bx+c=0\ \ (a \neq 0)$ の解は、

$$x=\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$b=2b',\ x=\frac{-b' \pm \sqrt{b'^2-ac}}{a}$$

◆3角関数

$$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1 \qquad \tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

注意！　$\sin^2\theta$ と $\sin 2\theta$ は違うよ！

$\sin^2\theta=\sin\theta\times\sin\theta$　　$\sin 2\theta=\sin 2\times\theta=2\sin\theta\cos\theta$

◆集合

有限集合Aの要素数をn(A)で表すと、

有限集合A、Bに対して、

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$$

三角式

$$\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B$$
$$\sin(A-B)=\sin A\cos B-\cos A\sin B$$
$$\cos(A+B)=\cos A\cos B-\sin A\sin B$$
$$\cos(A-B)=\cos A\cos B+\sin A\sin B$$

公式

- **微分** $(x^a)' = ax^{a-1}$ (aは実数)
- **積分**

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad (a\text{は}a \neq -1\text{なる実数、}C\text{は積分定数})$$

- **指数について**

xを実数、n、mを自然数とするとき、$x^n = \underbrace{x \times \cdots \times x}_{n個}$、

$x^0 = 1$、$x^{-n} = \dfrac{1}{x^n}$、$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$だった。

じゃあ、

$3^{\sqrt{2}}$っていったい…

実は、a, zを複素数とするとき、$z^a = e^{a \log z}$となる

実数について(1)

- **交換性(commutative)**

a+b=b+a, ab=ba, ab+ba=2ab,･･･

- **連合(associative)**

a+(b+c)=(a+b)+c, a(bc)=(ab)c･･･

- **恒等(identity)**

a+0=a and 0+b=b

- **逆数(inverse)**

a+(-a)=0, a. (1/a) = 1

- **分配 (distributive)**

a(b-c)=ab-ac, a(b-c)=ab-ac