ベイジアンネットワーク入門

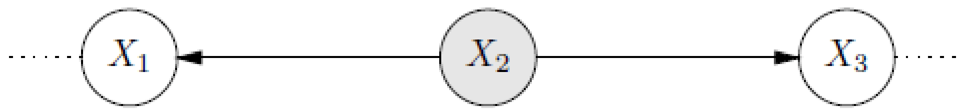
知能システム演習A

David

2013年12月5日

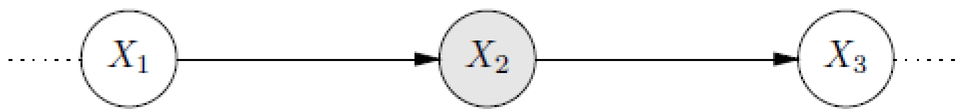
条件付き独立性

$X1 \perp X3 \mid X2$
X2 d-separates X1 and X3



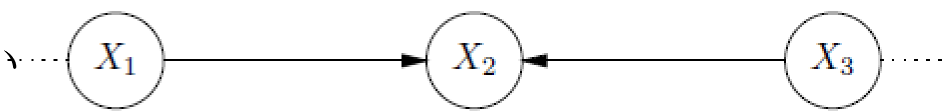
X1，X3
条件付き独立

$X1 \perp X3 \mid X2$
X2 d-separates X1 and X3



X1，X3
条件付き独立

$X1, X3$　独立ではない



ベイジアンネットの確率推論

- ベイジアンネットを使うことで，一部の変数を観測した時のその他の変数についての確率分布を求めたり，確率値が最も大きい状態をその変数の予測結果として得ることができる
- 観測された変数の情報(e) から，求めたい確率変数(X) の確率値，すなわち事後確率$P(X|e)$ を求め，それによりX の期待値や事後確率最大の値（MAP 値），ある仮説の確信度（いくつかの変数が特定の値の組をとる同時確率）などを評価するわけである.

MAP: Maximum A-Posteriori estimation

推論アルゴリズム

1. 観測された変数の値e をノードにセットする
2. 親ノードも観測値も持たないノードに事前確率分布を与える
3. 知りたい対象の変数X の事後確率$P(X/e)$ を得る，という手順で行なわれる
4. 3.における事後確率を求めるために，観測された情報からの確率伝搬（変数間の局所計算）によって各変数の確率分布を更新していく

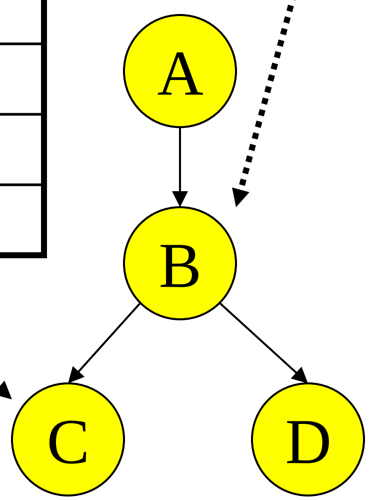
例：ノードに条件付き確率表

A	**P(A)**
false	0.6
true	0.4

A	**B**	**P(B|A)**
false	false	0.01
false	true	0.99
true	false	0.7
true	true	0.3

Each node X_i has a conditional probability distribution P(X_i | Parents(X_i)) that quantifies the effect of the parents on the node

B	**C**	**P(C|B)**
false	false	0.4
false	true	0.6
true	false	0.9
true	true	0.1



B	**D**	**P(D|B)**
false	false	0.02
false	true	0.98
true	false	0.05
true	true	0.95

例題：P(B),P(C),P(D)の確率を求めよ

- $P(b) = P(b, a) + P(b, \neg a)$
- $P(d) = P(d, b) + \mathrm{P}(d, \neg b)$
- $P(c) = P(c, b) + \mathrm{P}(c, \neg b)$

例題：P(C=true)の書き方

- $P(C = true) = P(C = T) = \mathrm{P}(\mathrm{c})$
- $P(C = false) = P(C = F) = \mathrm{P}(\neg c)$
- $P(c) = P(c, b) + \mathrm{P}(c, \neg b)$ 周辺確率
- **$\mathbf{P(X1, \cdots, Xn)} = \prod_{\mathbf{j=1}}^{n} \mathbf{P(Xj|Pa(Xj))}$を使用**
- $P(c) = P(c|b)P(b) + \mathrm{P}(c, |\neg b)\ \mathrm{P}(\neg b)$
- ここから $P(b)$ を計算する

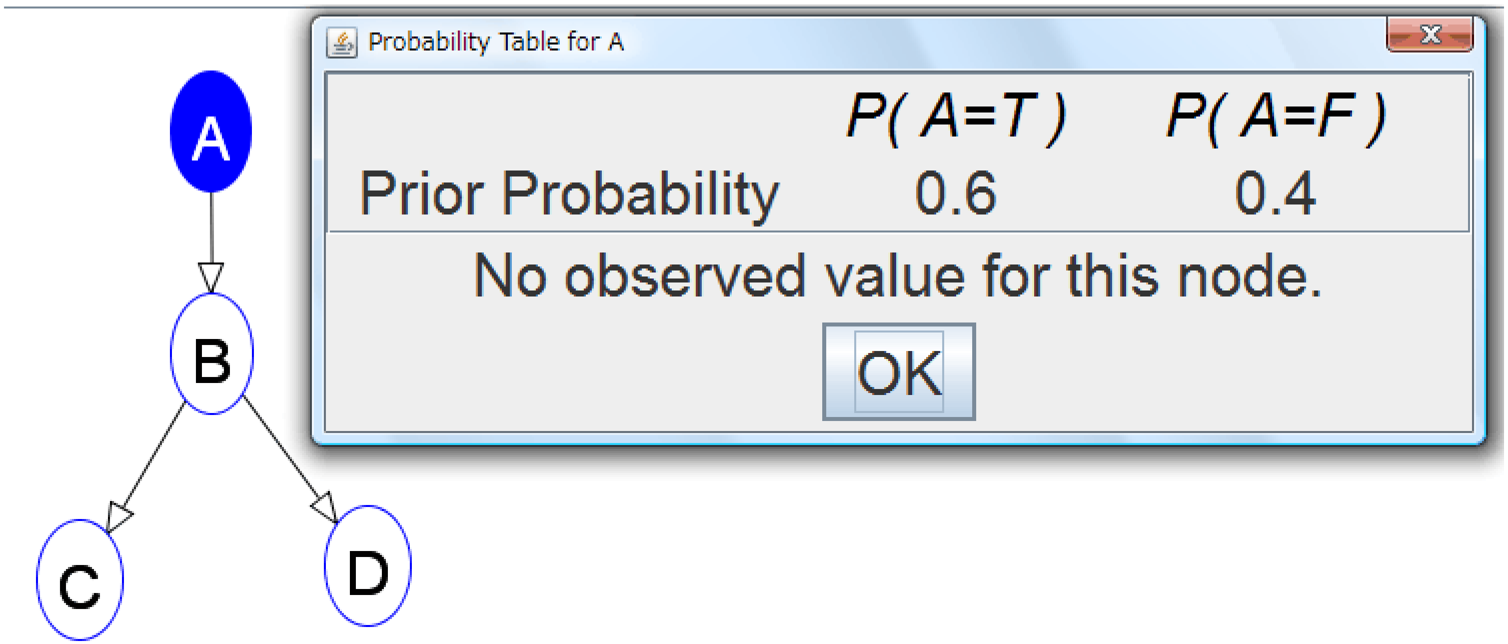
例題：P(B),P(C),P(D)の確率を求めよ

- $P(b) = P(b, a) + P(b, \neg a)$
- $P(b) = P(b|a)P(a) + \mathrm{P}(b|\neg a)\,\mathrm{P}(\neg a)$
- $P(a) = 0.6, P(\neg a) = 0.4$
- $P(b|a) = 0.3, P(b|\neg a) = 0.99$
- $P(b) = 0.3 * 0.6 + 0.99 * 0.4 = 0.576 \approx 0.58$
- $P(\neg b) = 1 - 0.576 = 0.424 \approx 0.42$

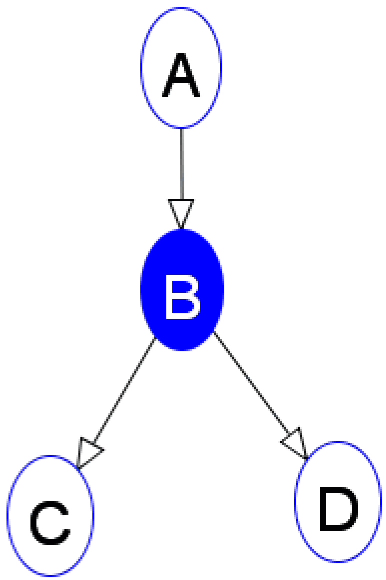
例題：P(B),P(C),P(D)の確率を求めよ

- $P(c) = P(c|b)P(b) + \mathrm{P}(c,|\neg b)\ \mathrm{P}(\neg b)$
- $P(b) = 0.58, P(\neg b) = 0.42$
- $P(c|b) = 0.1, P(c|\neg b) = \mathit{0.6}$
- $P(c) = 0.1 * 0.58 + 0.6 * 0.42$
- $P(c)$ =0.31
- P(¬c)=0.69

例題


A
B
C
D
Probability Table for A
P(A=T)
P(A=F)
Prior Probability
0.6
0.4
No observed value for this node.
OK

例題



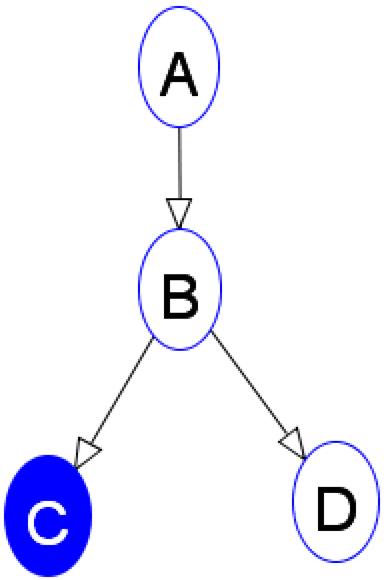
Probability Table for B

A	P(B=T)	P(B=F)
T	0.3	0.7
F	0.99	0.01

No observed value for this node.

OK

例題



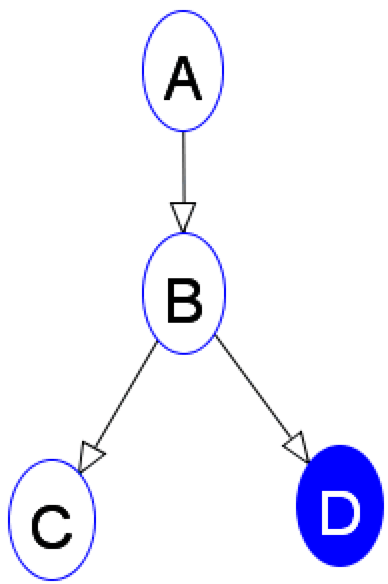
Probability Table for C

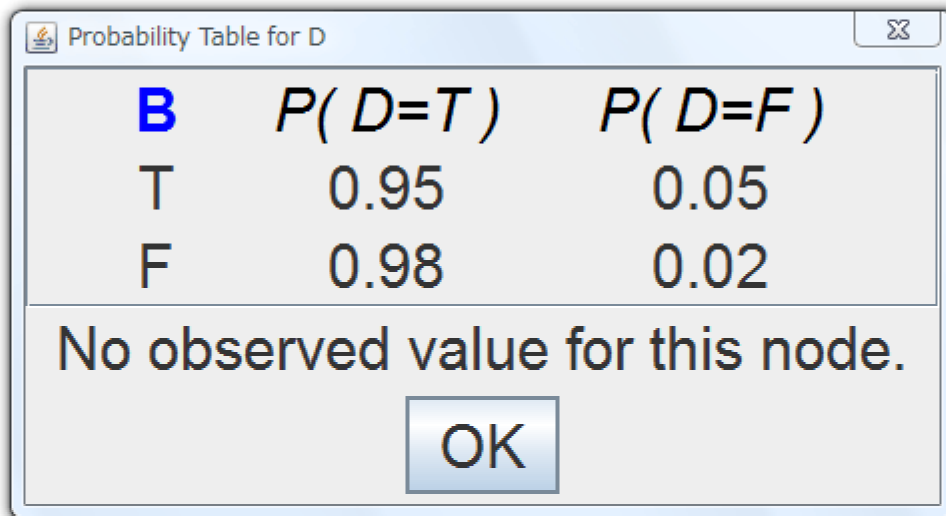
B	P(C=T)	P(C=F)
T	0.1	0.9
F	0.6	0.4

No observed value for this node.

OK

例題





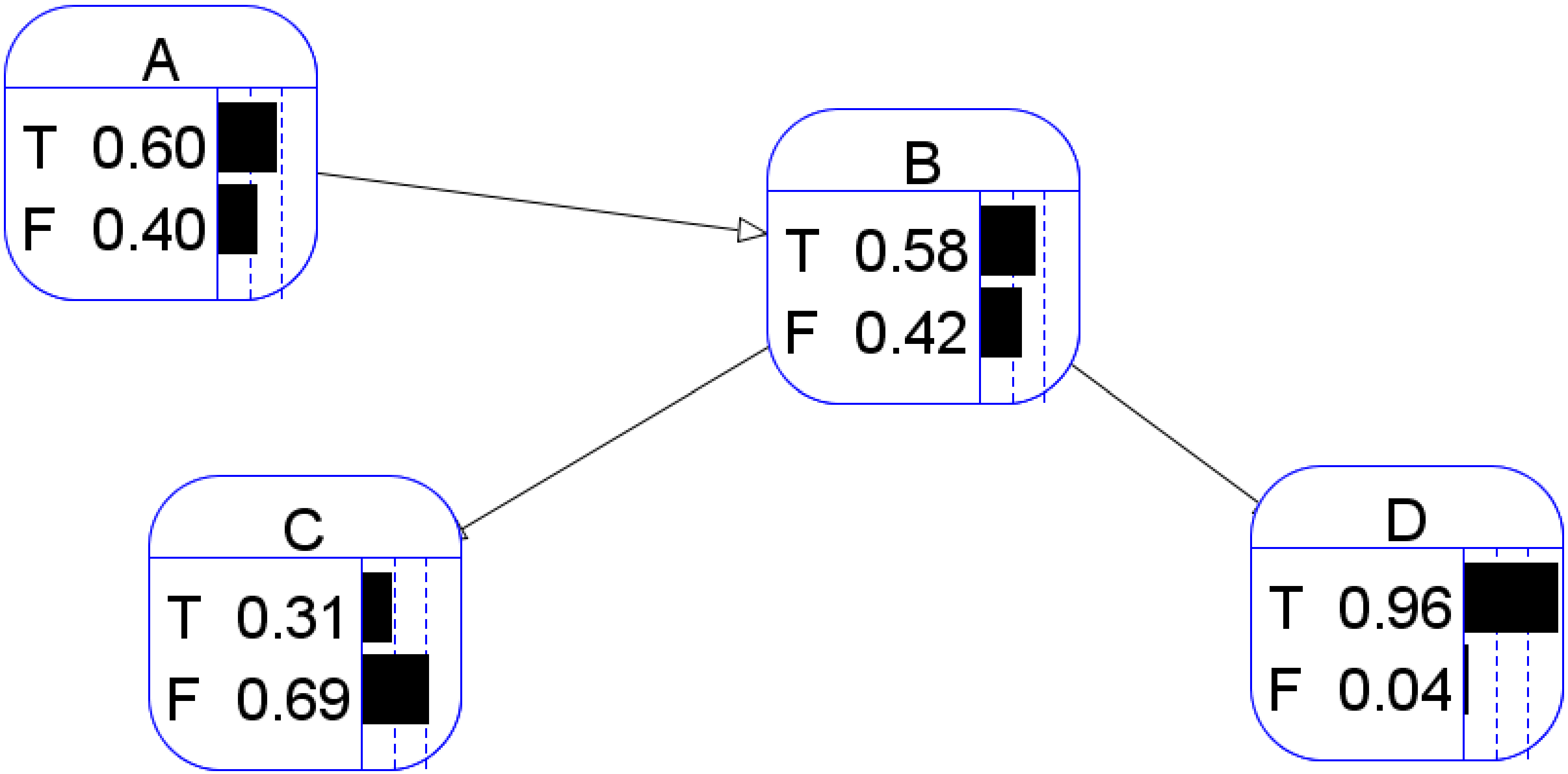
Probability Table for D

B	P(D=T)	P(D=F)
T	0.95	0.05
F	0.98	0.02

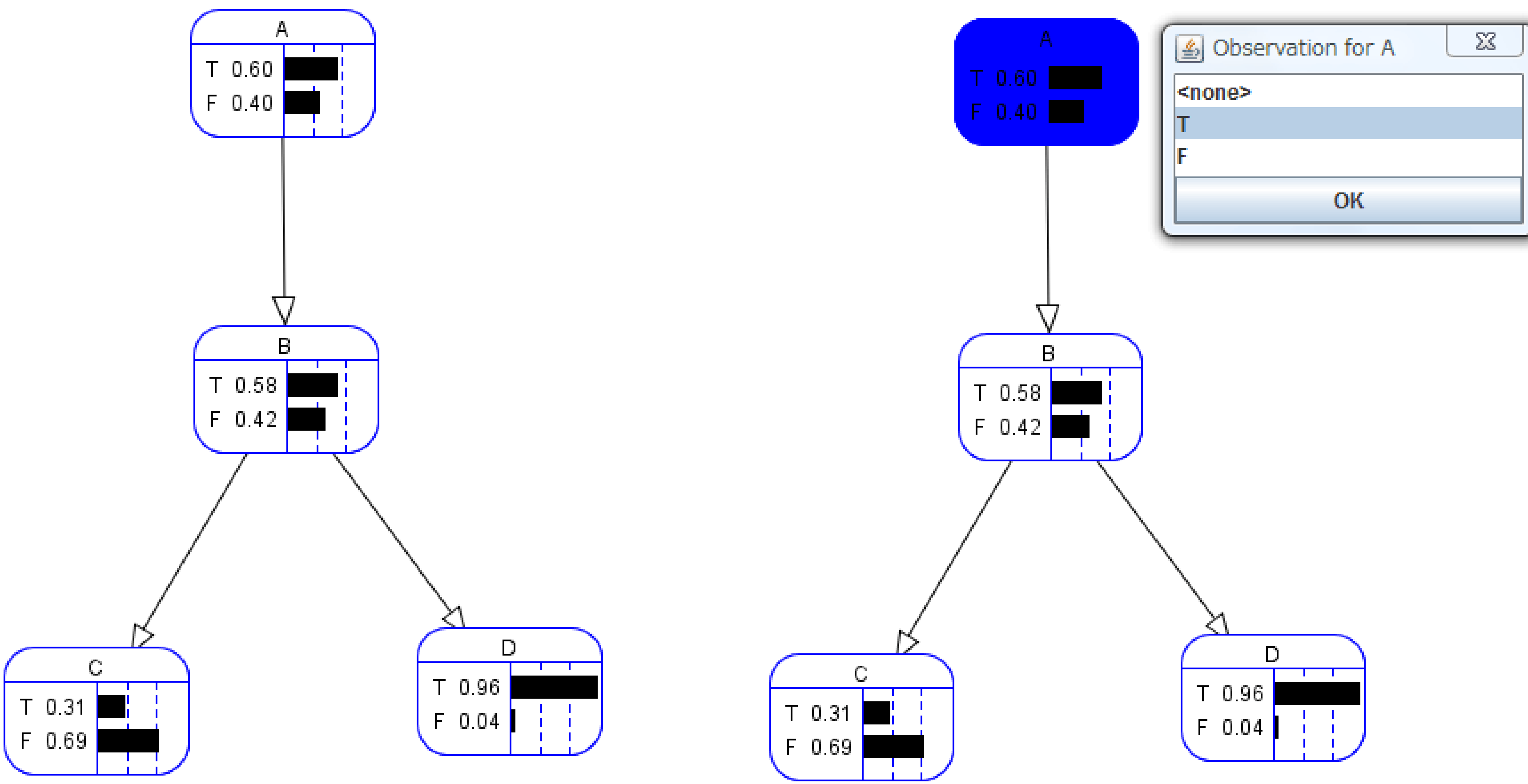
No observed value for this node.

OK

例題：推論の結果

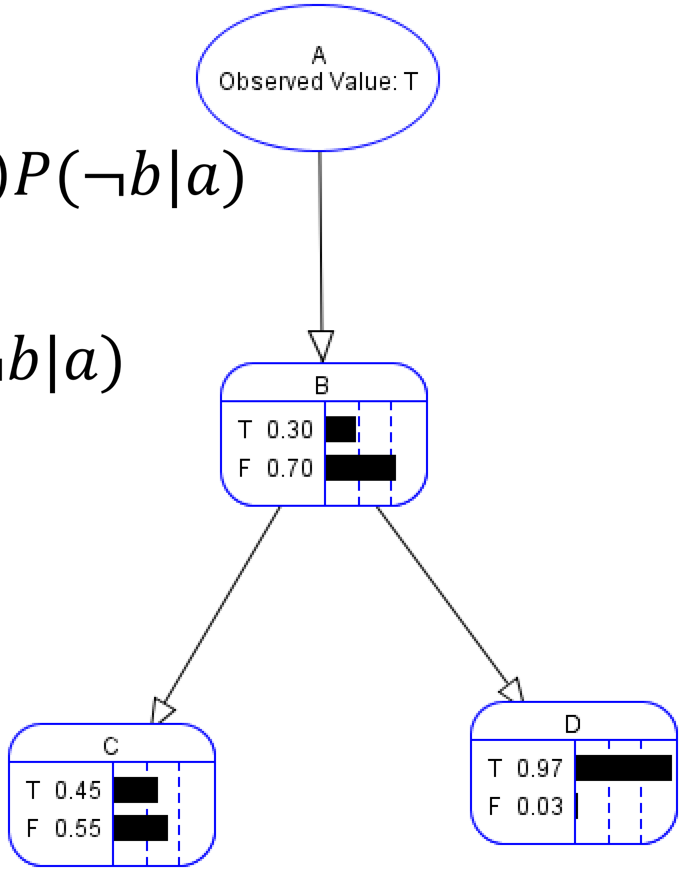


例題：A=trueを観測した時、推論



例題：A=trueを観測した時、$P^*(c)$?

- $P^*(c) = P(c|a)$
- $P^*(c) = P(c|a,b)P(b|a) + P(c|a,\neg b)P(\neg b|a)$
- $a \perp c \mid b$条件付き独立性
- $P^*(c) = P(c|b)P(b|a) + P(c|\neg b)P(\neg b|a)$
- $P^*(c) = 0.1 * 0.3 + 0.6 * 0.7$
- $P^*(c) = 0.03 + 0.42$
- $P^*(c) = 0.45$



例題：C=trueを観測した時、$P^*(a)$?

- $P^*(a) = P(a|c)$
- $P^*(a) = P(c|a)P(a)/P(c)$
- ベイズ定理
- $P^*(a) = 0.45 * 0.6/.31$
- $P^*(a) = 0.87$