ベイジアンネットワーク入門

知能システム演習A

David

2013年12月2日

定義

- ベイジアンネットは不確実性を含む事象の予測や合理的な意志決定，観測結果から原因を探る障害診断などに利用することのできる確率モデルの一種である。
- 条件付確率分布群によって対象をモデル化する一般的な枠組みである
- 観測した変数群から未観測の対象の確率分布を計算する確率推論ができる

ベイジアンネット：モデル

- ベイジアンネット(Bayesian network, belief network)とは複数の確率変数の間の定性的な依存関係をグラフ構造によって表し，個々の変数の間の定量的な関係を条件付確率で表した確率モデルである。

確率変数（Random Variable）

- ある事象について、その可能性に関して0から1の間の確率値をとる。
- 結果が不確実である
- 例：明日は雨です。（P(X=雨)=60%）

ブーリエアン確率変数(Boolean Random Variables)

- *true* か *false*
- 事象があるかないか。
- Examples :

  A = コインの表の確率

  A = 雨が降る

  A = 会議があるかない

グラフ構造

- 変数はノードとして，変数間の依存関係は向きを持つ有向リンクで図示する.
- 例えば，確率変数Xi, Xjの間の条件付依存性をベイジアンネットワークでは$Xi \rightarrow Xj$と表す
- リンクの先に来るノード（この場合はXj）を子ノード，リンクの元にあるノード（この場合はXi）を親ノードと呼ぶ

グラフ構造

- 親ノードが複数あるとき子ノードXjの親ノードの集合を$Pa(Xj)$と書くことにする.
- Xjと$Pa(Xj)$の間の依存関係は次の条件付確率によって定量的に表される.

$$\mathbf{P(Xj|Pa(Xj))}$$

- さらにn個の確率変数$X1 \cdots, Xn$のそれぞれを子ノードとして同様に考えると, 全ての確率変数の同時確率分布は式のように表せる.

$$\mathbf{P(X1,\cdots,Xn) = \prod_{j=1}^{n} P(Xj|Pa(Xj))}$$

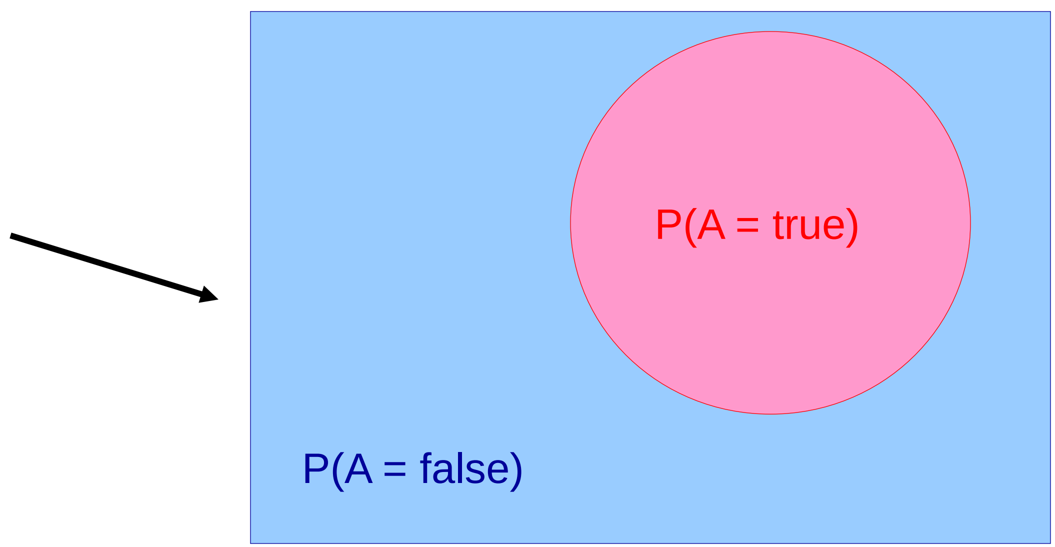
ベイジアンネット

- こうして各子ノードとその親ノードの間にリンクを張って構成したベイジアンネットによって，これらの変数の間の確率的な依存関係がモデル化できる.

確率(Probability)

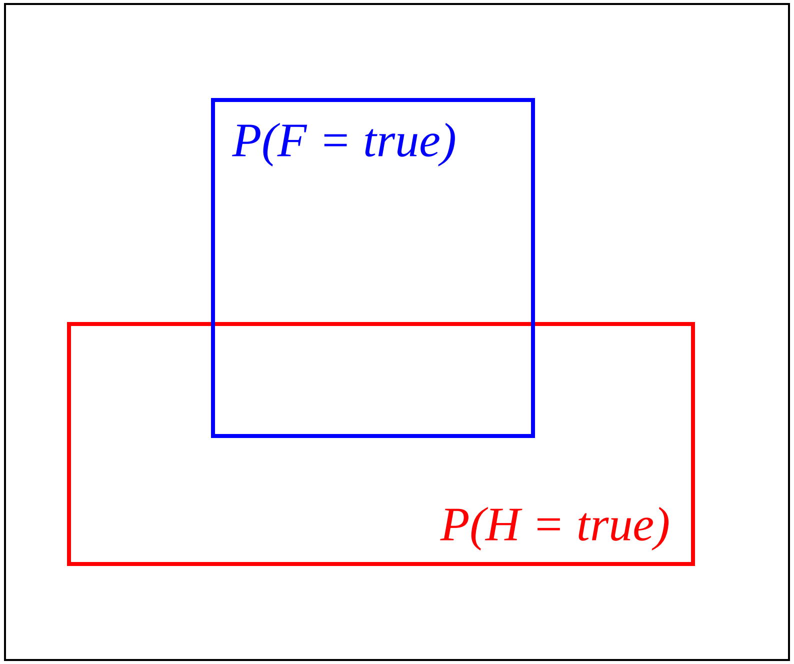
$A = true$のとき、確率は$P(A = true)$ と書く

確率値の和は1



条件付き確率(Conditional Probability)

- P(*A* = *true* | *B* = *true*) と書く



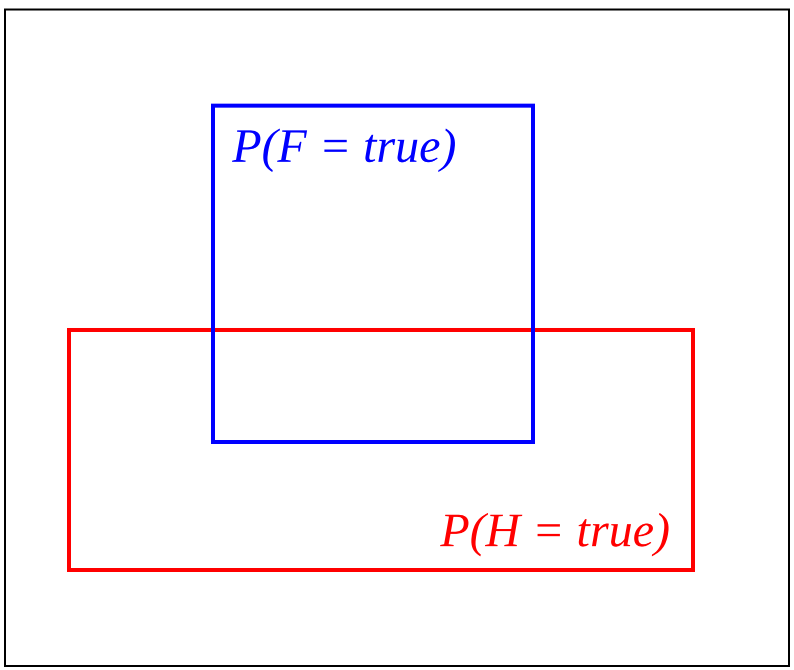
H = “頭痛”
F = “インフルエンザ”

P(*H* = *true*) = 1/10
P(*F* = *true*) = 1/40
P(*H* = *true* | *F* = *true*) = 1/2

“インフルエンザをかかったとき、頭痛もかかるの確率は50%.”

同時確率(The Joint Probability Distribution)

- *A = true* **and** *B = true*のとき、*P(A = true, B = true)* と書く。
- 図:



$P(H{=}true \mid F{=}true)$

$$= \frac{\text{'H'と'F'の面積}}{\text{'F'の面積}}$$

$$= \frac{P(H = true, F = true)}{P(F = true)}$$

一般的に, $P(X|Y)=P(X,Y)/P(Y)$

独立性(Independence)

確率変数 *A* と *B* が独立であるとき、次の式がなりたつ:

- $P(A,B) = P(A)\,P(B)$
- $P(A \mid B) = P(A)$
- $P(B \mid A) = P(B)$

事象*A*は事象*B*に影響はない。

条件付独立性(Conditional Independence)

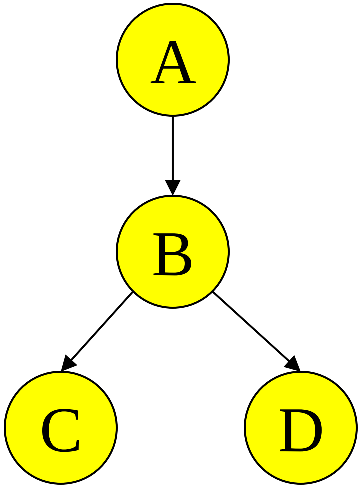
確率変数 *A* と *B* が *C*による独立であるとき、次の式がなりたつ:

- $P(A, B \mid C) = P(A \mid C)\, P(B \mid C)$
- $P(A \mid B, C) = P(A \mid C)$
- $P(B \mid A, C) = P(B \mid C)$

ベイジアンネット(A Bayesian Network)

ベイジアンネットは:

1. 有効非環式グラフ
（directed acyclic graph)



2. 各々ノードに条件付き確率表(Conditional Probability Table)が付く

A	P(A)
false	0.6
true	0.4

A	B	P(B|A)
false	false	0.01
false	true	0.99
true	false	0.7
true	true	0.3

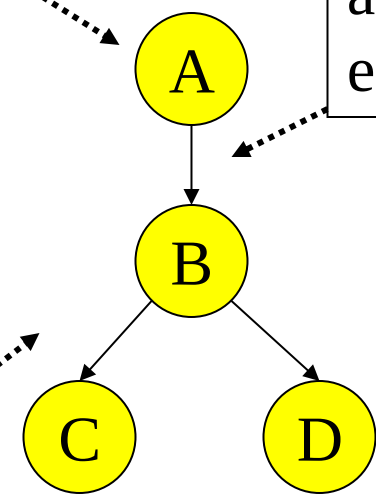
B	D	P(D|B)
false	false	0.02
false	true	0.98
true	false	0.05
true	true	0.95

B	C	P(C|B)
false	false	0.4
false	true	0.6
true	false	0.9
true	true	0.1

有効非環式グラフ(A Directed Acyclic Graph)

Each node in the graph is a random variable

A node *X* is a parent of another node *Y* if there is an arrow from node *X* to node *Y* eg. *A* is a parent of *B*



Informally, an arrow from node *X* to node *Y* means *X* has a direct influence on *Y*

A Set of Tables for Each Node

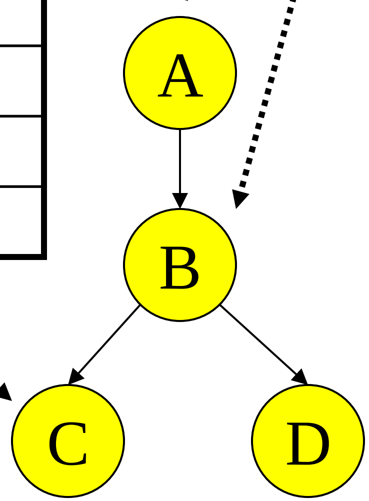
A	P(A)
false	0.6
true	0.4

A	B	P(B|A)
false	false	0.01
false	true	0.99
true	false	0.7
true	true	0.3

Each node X_i has a conditional probability distribution $P(X_i \mid \text{Parents}(X_i))$ that quantifies the effect of the parents on the node

The parameters are the probabilities in these conditional probability tables (CPTs)

B	C	P(C|B)
false	false	0.4
false	true	0.6
true	false	0.9
true	true	0.1



B	D	P(D|B)
false	false	0.02
false	true	0.98
true	false	0.05
true	true	0.95

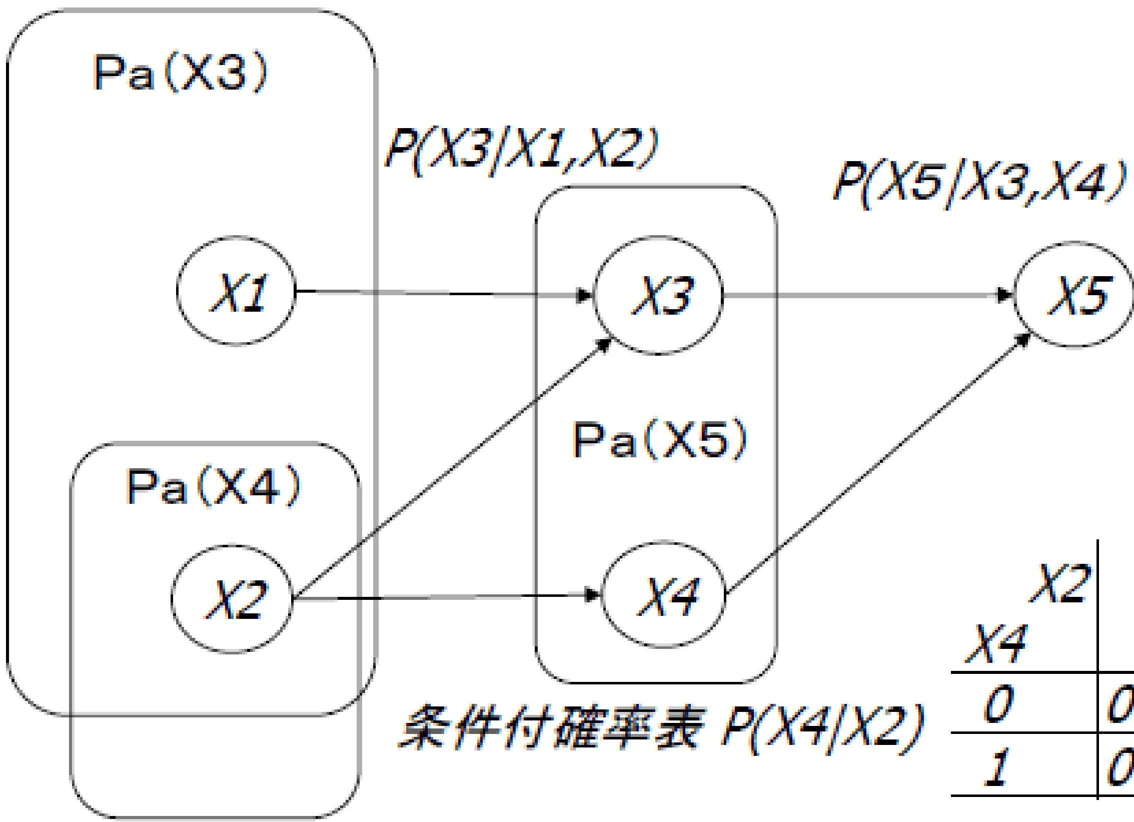
A Set of Tables for Each Node

Conditional Probability Distribution for C given B

B	**C**	**P(C|B)**
false	false	0.4
false	true	0.6
true	false	0.9
true	true	0.1

For a given combination of values of the parents (B in this example), the entries for P(C=true | B) and P(C=false | B) must add up to 1
eg. P(C=true | B=false) + P(C=false |B=false)=1

If you have a Boolean variable with k Boolean parents, this table has 2^{k+1} probabilities (but only 2^k need to be stored)



条件付確率表 P(X4|X2)

X4 \ X2	0	1
0	0.8	0.4
1	0.2	0.6