

知能システム演習A

～ガウス分布(正規分布)～

確率論や統計学で用いられるガウス分布(正規分布)とは, 平均値の付近に集積するようなデータの分布を表した連続的な変数に関する確率分布である.

2013.10.31(木)2限

B4 福田 至

ガウス分布(正規分布)

- 確率密度関数 $f(x)$ が

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

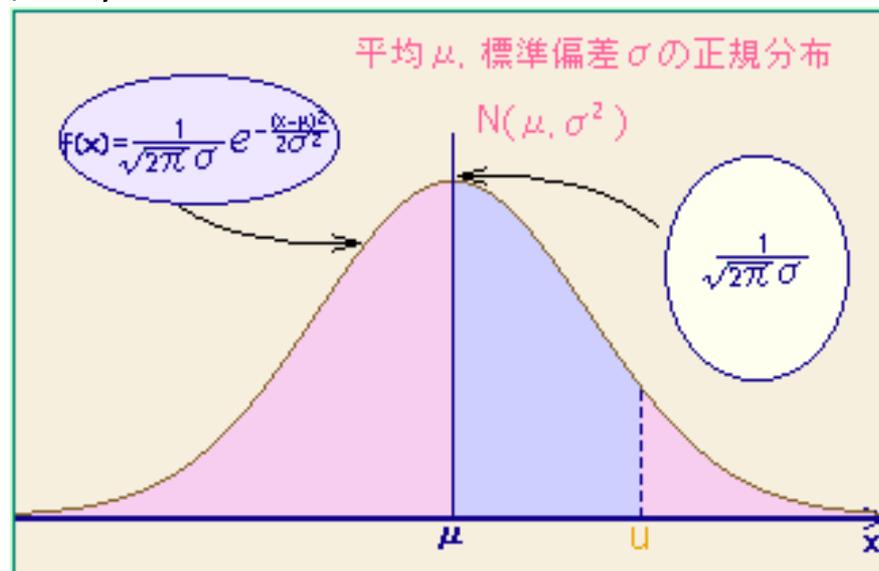
で与えられる確率分布をガウス分布(正規分布)と呼ぶ。

- 平均 μ , 分散 σ^2 の正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従う

確率変数 X は $-\infty < x < +\infty$ の範囲

の実数をとる。

(実務上はこの式自体を使うことはなく、正規分布表を使い確率を求める。)

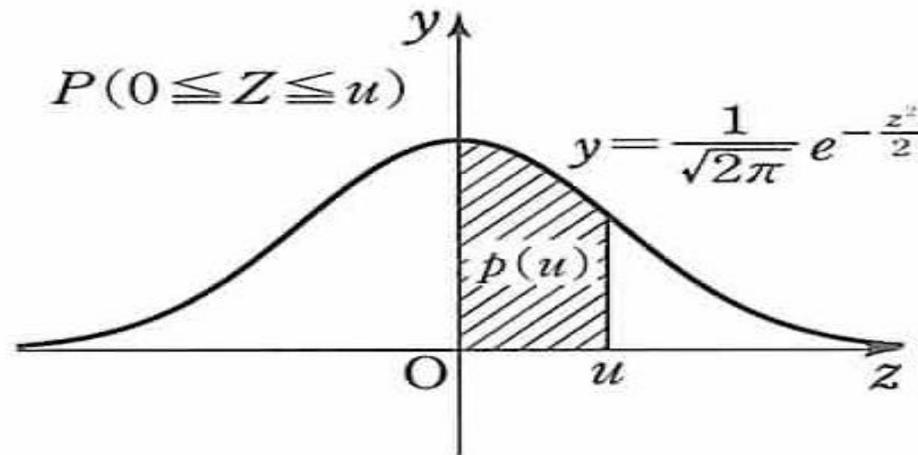


標準正規分布

- 確率変数 x が $N(\mu, \sigma^2)$ の正規分布に従うとき, x を

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{\text{変数} - \text{平均}}{\text{標準偏差}}$$

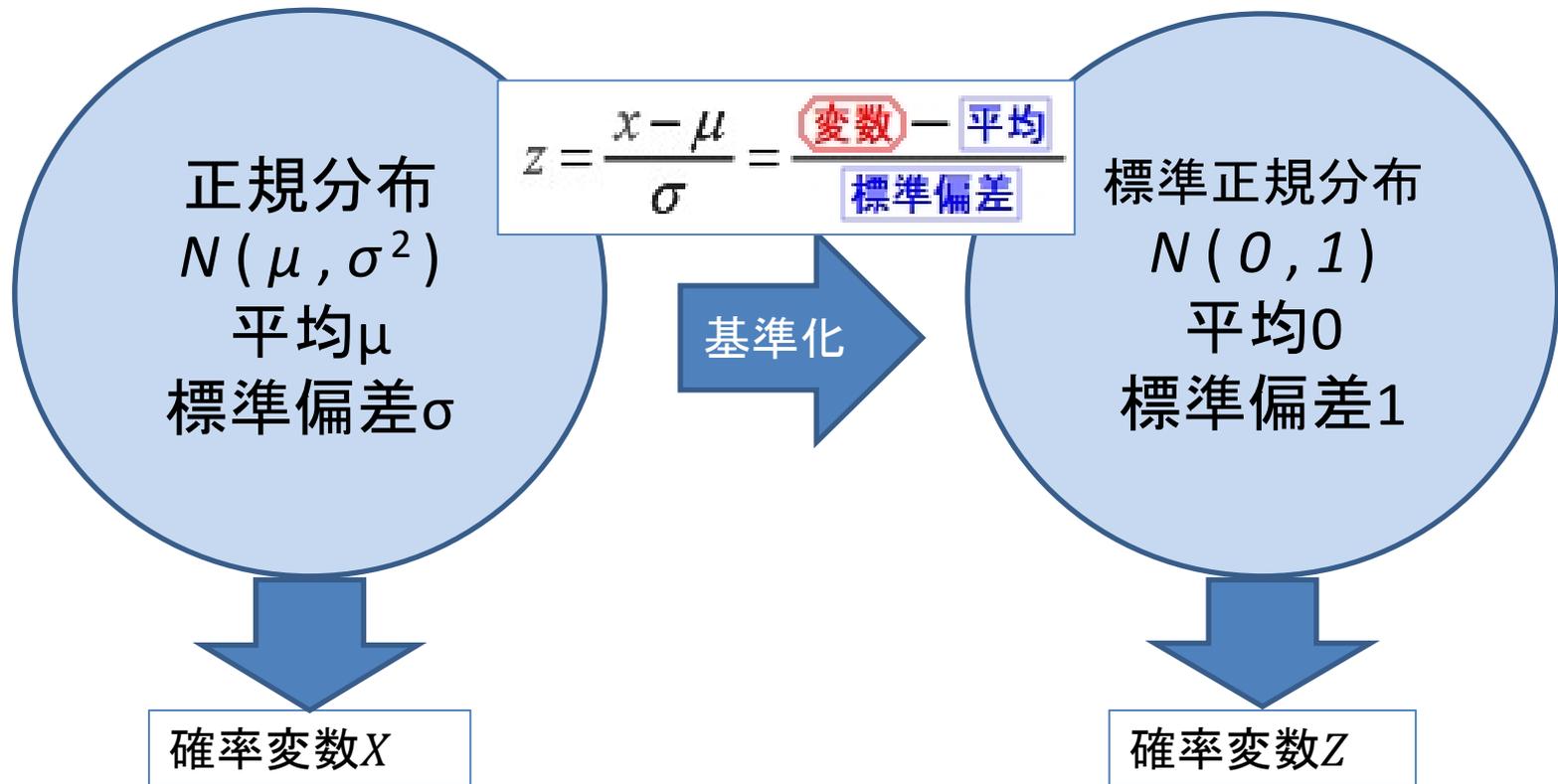
とおくと, 確率変数 Z は標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う関数になる.



標準正規分布

- $i)$ 平均0を軸とする左右対称のグラフへとするため
- $ii)$ X軸の目盛を平均を軸に標準偏差の $\pm N$ 倍にするため(0を中心に σ ずつの分散になり見易い)
- $iii)$ 全ての分布を標準正規分布として比較するため
- $N(0, 1)$ において, 確率 $P(0 \leq Z \leq \mu)$ を $p(u)$ で表すことにする. すなわち $P(0 \leq Z \leq \mu) = p(u)$
- それぞれの u に対する $p(u)$ の値を表にまとめたものが正規分布表である.

正規分布の解き方



基本例題 143

正規分布と確率

- (1) 確率変数 X が標準正規分布 $N(0, 1)$ に従うとき、次の確率を求めよ。
 (ア) $P(0.3 \leq X \leq 1.8)$ (イ) $P(X \leq -0.5)$
- (2) 確率変数 X が正規分布 $N(36, 4^2)$ に従うとき、次の確率を求めよ。
 (ア) $P(X \geq 42)$ (イ) $P(30 \leq X \leq 38)$

(注意) 以後、本書では断りがなくても巻末の正規分布表を用いるものとする。

- (1) 標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う確率変数 X については、 $u \geq 0$ のときの確率 $P(0 \leq X \leq u) = p(u)$ を正規分布表で調べることができる。

このことと、等式 $P(-u \leq X \leq 0) = P(0 \leq X \leq u)$ ($u > 0$) が成り立つことなどを利用して求める。なお、解答にあるような \square をかくとわかりやすくなる。

指
針

(\square は、 $N(0, 1)$ に従う確率変数の正規分布曲線が、直線 $x=0$ に関して対称であることからわかる。)

- (2) 標準化して、標準正規分布に直して考える。

すなわち、 $Z = \frac{X-36}{4}$ とおくと、 Z は標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う。

197 ある県で1000人の生徒に数学のテストを行ったところ、その成績は、平均点48点、標準偏差15点の正規分布になったという。

- (1) ある生徒の点数が33点から63点の間にある確率を求めよ。
- (2) ある生徒の点数が78点以上である確率を求めよ。
- (3) 78点以上の生徒は約何人いると考えられるか。

*** 指針 ***

・平均点48点 $\rightarrow \mu$

・標準偏差15点 $\rightarrow \sigma$

(1) $33 \leq X \leq 63$

(2) $78 \leq X$

(3) 全体 * [(2)の確率] = (2)の事象