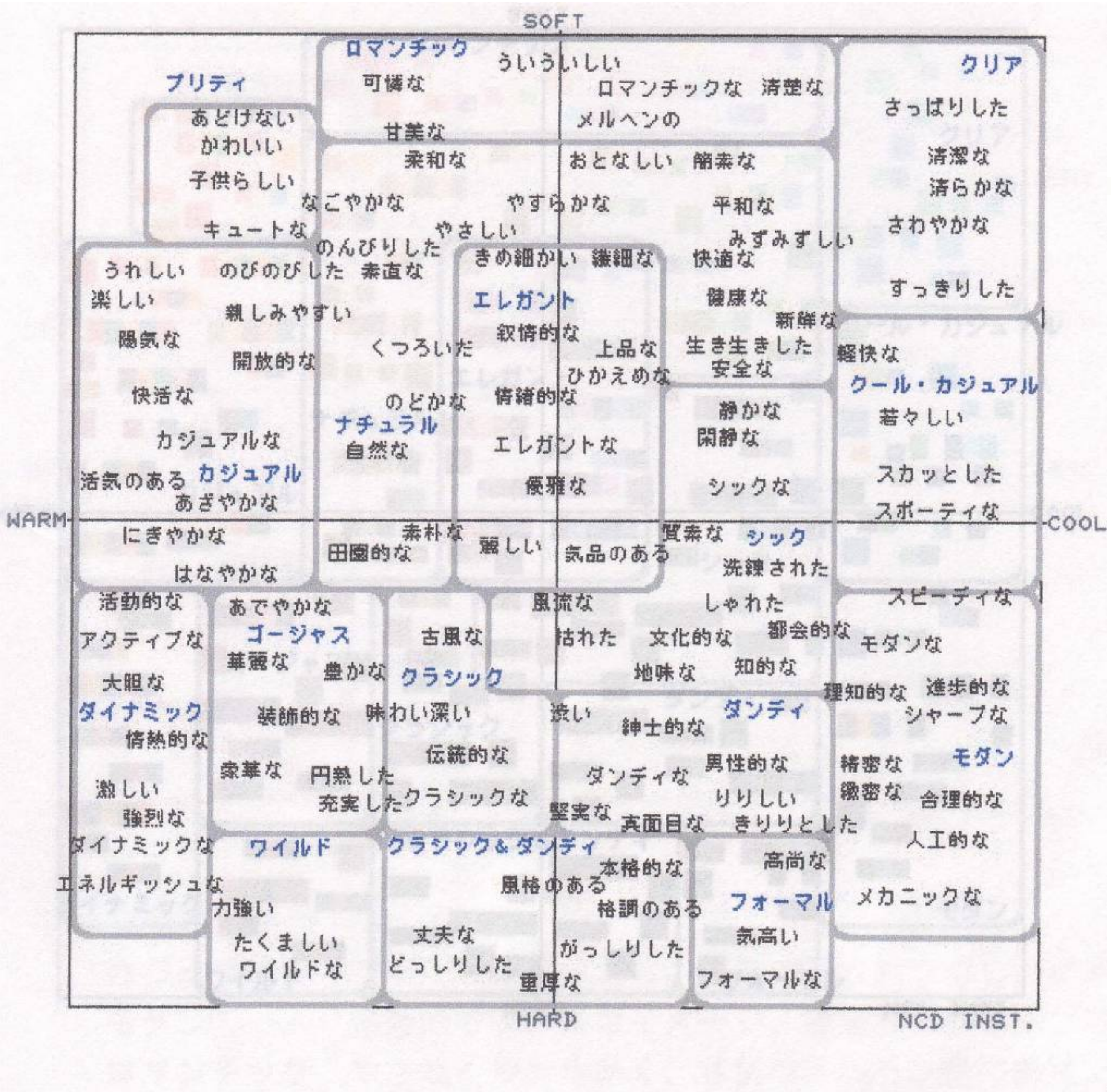
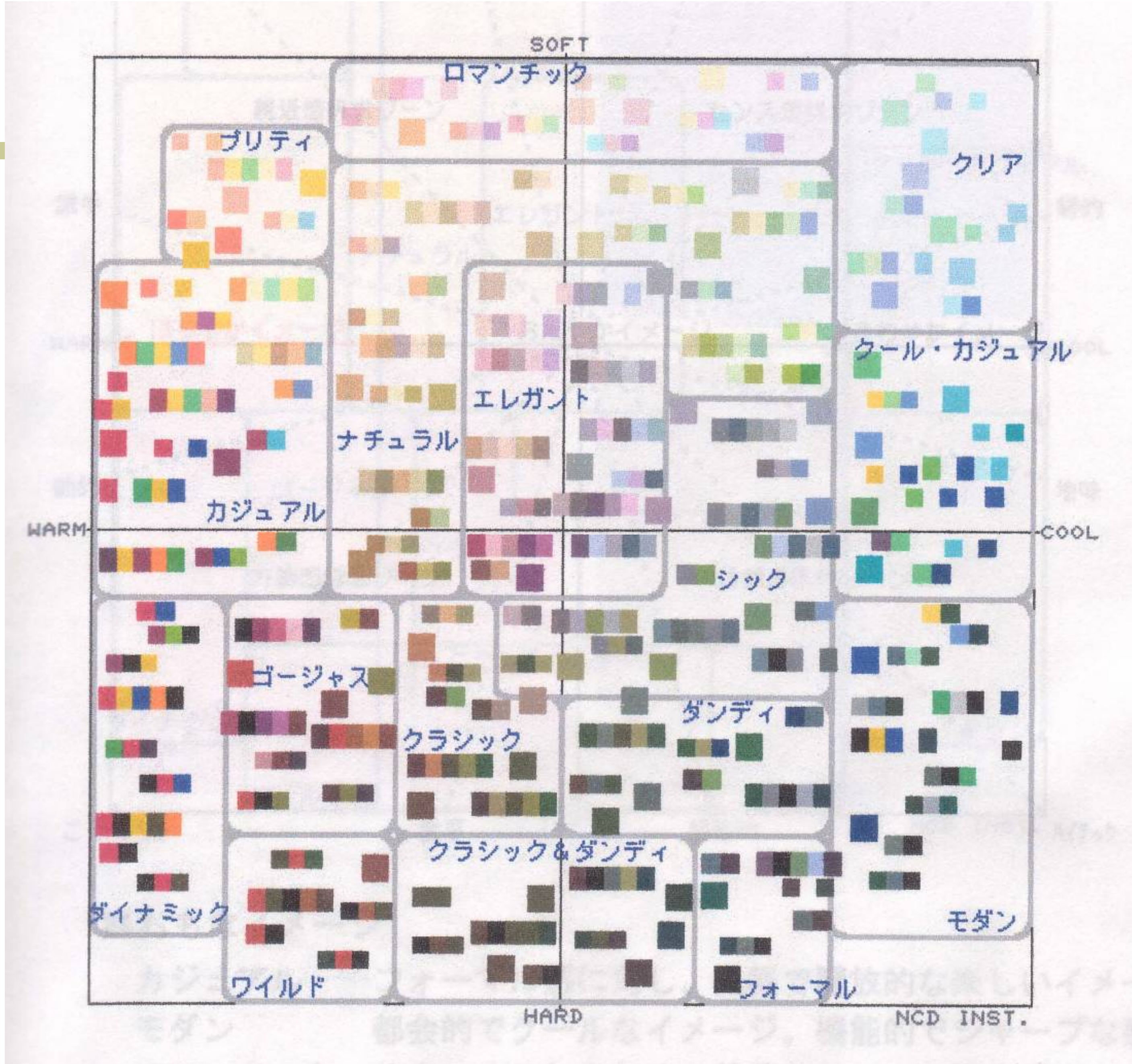

SOFT
HARD
WARM
COOL
NCD INST.
ロマンチック
ういういしい
可憐な
ロマンチックな
清楚な
メルヘンの
甘美な
プリティ
あどけない
かわいい
子供らしい
キュートな
クリア
さっぱりした
清潔な
清らかな
さわやかな
すっきりした
柔和な
おとなしい
簡素な
なごやかな
やすらかな
平和な
やさしい
みずみずしい
のんびりした
きめ細かい
繊細な
快適な
うれしい
のびのびした
素直な
楽しい
親しみやすい
エレガント
健康な
新鮮な
陽気な
叙情的な
上品な
生き生きした
安全な
軽快な
くつろいだ
ひかえめな
開放的な
クール・カジュアル
快活な
のどかな
情緒的な
静かな
若々しい
ナチュラル
閑静な
カジュアルな
自然な
エレガントな
スカッとした
活気のある
カジュアル
優雅な
シックな
あざやかな
スポーティな
素朴な
質素な
シック
にぎやかな
麗しい
田園的な
気品のある
洗練された
はなやかな
スピーディな
活動的な
あでやかな
風流な
しゃれた
ゴージャス
アクティブな
古風な
枯れた
文化的な
都会的な
モダンな
華麗な
豊かな
クラシック
地味な
知的な
大胆な
理知的な
進歩的な
ダイナミック
装飾的な
味わい深い
渋い
紳士的な
ダンディ
シャープな
情熱的な
伝統的な
モダン
豪華な
円熟した
ダンディな
男性的な
精密な
激しい
充実した
クラシックな
りりしい
緻密な
合理的な
強烈な
堅実な
真面目な
きりりとした
ダイナミックな
ワイルド
クラシック&ダンディ
人工的な
本格的な
高尚な
エネルギッシュな
風格のある
格調のある
フォーマル
メカニックな
力強い
丈夫な
たくましい
がっしりした
気高い
ワイルドな
どっしりした
重厚な
フォーマルな


SOFT
ロマンチック
プリティ
クリア
カジュアル
ナチュラル
エレガント
クール・カジュアル
WARM
COOL
シック
ゴージャス
クラシック
ダンディ
モダン
ダイナミック
ワイルド
クラシック＆ダンディ
フォーマル
HARD
NCD INST.

感性表現間の関係

- 各サンプルに対する評定者平均データを用いて因子分析を行い、感性表現間の関係を因子空間において把握することを試みる。
- 因子分析はデータの変動を説明する隠された要因を発見するための多変量解析手法の一つである。

因子分析モデル（1）

- データは複数の変数に共通して含まれる少数の因子（共通因子）と、各変数にのみ関係する因子（独立因子）の線形和で表現される。
- この独立因子は線形モデルの残差に相当し、必ずしも残差を最小限に抑えようとはしない。

因子分析モデル(2)

- 独自因子　変数　共通因子
- $u_1 \rightarrow X_1 \leftarrow f_1$
- $u_2 \rightarrow X_2 \leftarrow f_2$
- :　:　:
- $u_i \rightarrow X_i \leftarrow f_k$
- :　:
- $u_n \rightarrow X_n$

因子分析モデル（3）

f_1　　　　　　　　　　f_2

x1=x1の第1因子負荷量x第1因子得点＋x1の第2因子負荷量x第2因子得点＋…

+x1の第q因子負荷量x第q因子得点＋e1

……

xn=xnの第1因子負荷量x第1因子得点＋xnの第2因子負荷量x第2因子得点＋…

+xnの第q因子負荷量nx第q因子得点＋en

誤差項eは変数毎に異なる特殊因子と考える。これは、因子分析ではできるだけ少数の因子により変数間の相関係数を再現しようとする。

SDデータによる因子分析

- 因子分析の手順
  - 仮説の設定
  - 測定項目の決定
  - 測定、調査
  - 分析変数の選択
  - 相関行列の計算
  - 因子数の決定
  - 因子負荷量の推定
  - 因子軸の回転
  - 因子得点の推定

データ行列（１）

商品サンプルをm=1,2,…,M, 感性表現をn=1,2,…N, 評定者をk=1,2,…Kで表し、各データを

$$x_{mnk} \in \{-P, \ldots, P\}$$

とするとき、評価者に対する平均データは

$$y_{mn} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} x_{mnk},$$

である。さらに $\{y_{mn}\}$ を商品に関して標準化（平均0、分散1）する。

データ行列（２）

この画像は表示できません。

$$\bar{y}_n = \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M} y_{mn} \text{、} \quad s_n^2 = \frac{1}{M}\sum (y_{mn} - \bar{y}_n)^2$$

$$z_{mn} = \frac{y_{mn} - \bar{y}_n}{s_n}$$

MxNデータ行列をつぎのよいに定義する

データ行列（３）

$$Z = (z_{mn}) = \left(z_1, z_2, \ldots, z_N\right) = \begin{pmatrix} z_{11} & \cdots & z_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{M1} & \cdots & z_{MN} \end{pmatrix}$$

データ行列に対する因子分析モデル（1）

この画像は表示できません。

因子分析の目的はZをつぎのように分解する。

$$Z = FA^t + UD \qquad A^t : A\text{の転置行列}$$

因子得点行列

$$F=(f_{ml})=\begin{pmatrix} f_{11} & \cdots & f_{1L} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{M1} & \cdots & f_{ML} \end{pmatrix}$$

/ は共通因子/ と呼ばれ、L＜Nである。

f_{ml} は共通因子/ のサンプルm の値で、因子得点と呼ばれる。

因子負荷行列

$$A = (a_{nl}) = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1L} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1} & \cdots & a_{NL} \end{pmatrix}$$

a_{nl} は共通因子l と感性表現n の関係を表し、

因子負荷量と呼ばれる。

独自因子得点行列

$$U=(u_{mn})=\begin{pmatrix} u_{11} & \cdots & u_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{M1} & \cdots & u_{MN} \end{pmatrix}$$

u_{mn} は感性表現nの独自因子のサンプルmの値で、
独自因子得点と呼ばれる。

独自因子の荷重行列

この画像は表示できません。

$$D = diag(d_n) = \begin{pmatrix} d_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & d_N \end{pmatrix}$$

d_n は感性表現nの独自因子の重みであり、d_n^2 は独自性と呼ばれる。

直交性の仮定

この画像は表示できません。

仮定（1）　$\sum_{m=1}^{M} f_{ml} = 0, \qquad l = 1,2,\cdots,L$

仮定（2）　$\sum_{m=1}^{M} u_{mn} = 0, \qquad n = 1,2,\cdots N$

仮定（3）　$F^t F = MI_L \quad (I_L : L \times L$単位行列）

仮定（4）　$U^t U = MI_N \quad (I_N : N \times N$単位行列）

仮定（5）　$\mathrm{F}^t\mathrm{U} = \mathrm{O}_{\mathrm{L}\times\mathrm{N}}$　（$\mathrm{O}_{\mathrm{L}\times\mathrm{N}}$：$\mathrm{L}\times\mathrm{N}$零行列）

データ行列に対する因子分析モデル（2）

そして、モデルZから次式をえる。

$$\frac{1}{M-1}Z^t Z = AA^t + D^2$$

上式の左辺は**感性表現間相関行列**

$$R = \frac{1}{M-1}Z^t Z = \begin{pmatrix} r_{11} & \cdots & r_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{N1} & \cdots & r_{NN} \end{pmatrix}$$

データ行列に対する因子分析モデル（３）

ここで、

$$R^* = R - D^2 = AA^t = (r^*_{nn}), \quad n = 1,2,\cdots,N$$

とおくとき、データが標準化されているから、R^* の対角成分の値がすべて1で、しかも

$$h_n^2 = 1 - d_n^2, \qquad n = 1,2,\cdots N$$

は共通性（communality)と呼ばれる。

固有値と固有ベクトル（1）

この画像は表示できません。

nxnの正方行列Bについて、固有方程式

$$Bu = \lambda u$$

を満たすようなλ とベクトルuをそれぞれ行列Bの固有値（eigen value)と固有ベクトル（eigen vector)という。

上式は　$(B - \lambda I) = 0$

に書き換えることができ、λ は方程式

$$| B - \lambda I | = 0$$

解として求めのられる。上式は左辺が λに関するn次の多項式であり、n個の解　$\{\lambda_i, i = 1,2,\cdots,n\}$　をもつ。 λ のゼロでない解の数が行列Bの階数（rank)である。

固有値と固有ベクトル（2）

対称行列の固有値はすべて実数である。N個の固有ベクトルは直交する$\left(u_i^T u_j = \delta_{ij}\right)$

または $U = \left[u_1, \cdots u_i, \cdots u_n\right]$ を定義すれば、

$$U^T U = U U^T = \sum_{i=1}^{n} u_i u_i^T = I$$

対称行列はその固有値と固有ベクトルを用いて次式によって表現される。

$$B = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i u_i u_i^T$$

共通感性表現間相関行列の主因子分析法（1）

まず、D^2 の推定値が与えられたとして、R^*をスペクトルする。

$$R^* = R - D^2 = AA^t = \sum_{i=1}^{N} \lambda_i u_i u_i^t$$

ここに、$\lambda_1 \geq \cdots \geq \lambda_N$ は R^* の固有値、$u_1, \cdots, u_N$は対応する固有ベクトルである。

ここで、値の小さい固有値 $\lambda_{L+1}, \cdots \lambda_N$ を無視して、Aを次のように近似する。

$$A \approx \left(\sqrt{\lambda_1} u_{1,} \cdots, \sqrt{\lambda_L} u_L \right)$$

$\sqrt{\lambda_1} u_1$　感性表現が共通因子1との関係値、因子１の負荷量ベクトル

$\sqrt{\lambda_L} u_L$　感性表現が共通因子Lとの関係値、因子Lの負荷量ベクトル

共通感性表現間相関行列の主因子分析法（2）

- 共通因子数Lの決定の考え
  - 少ない数は対象を十分に特定できない。
  - 多めな数は本質が見極めにくくなりやすい。
  - そのときの状況に応じた、適当な数が望ましい
- 共通因子数Lの決定の方法
  - 相関行列Rの固有値のなかで1より大きい固有値の数
  - 累積寄与率 $\lambda_1 + \lambda_2 + \cdots$ がある一定の水準（たとえば90%）に達するところまで。

主因子分析法のアルゴリズム

ステップ 1： 独自因子の分散の初期値 $(D^2)^{(0)}$ を仮定する．収束判定値 ε を設定する．$k=0$ とおく．

ステップ 2： $R-(D^2)^{(k)}$ の大きい方から L 個の固有値 $\mu_1 \geq \cdots \geq \mu_L$，および対応する正規化された固有ベクトル $\boldsymbol{p}_1, \cdots, \boldsymbol{p}_L$ を求め，

$$A^{(k)} = (\sqrt{\mu_1}\boldsymbol{p}_1, \cdots, \sqrt{\mu_L}\boldsymbol{p}_L)$$

とおく．

ステップ 3： $R-A^{(k)}\left(A^{(k)}\right)^t$ の対角要素を $(D^2)^{(k+1)}$ の対角要素 $(d_1^2)^{(k+1)}$, $\cdots$, $(d_N^2)^{(k+1)}$ とする．

ステップ 4： もし，$(D^2)^{(k+1)}$ と $(D^2)^{(k)}$ の対応する要素が十分近ければ，すなわち

$$\max_n \left\{ \left| (d_n^2)^{(k+1)} - (d_n^2)^{(k)} \right| \right\} < \varepsilon$$

であれば終了．そうでなければ，$(D^2)^{(k)} = (D^2)^{(k+1)}$，$k=k+1$ とおいてステップ 2 に戻る．

因子得点の推定

この画像は表示できません。

因子負荷量の推定が得られると、次に商品サンプルがそれぞれの因子をどれだけ持っているかが問題になる。すなわち、因子得点行列Fの推定を行う。

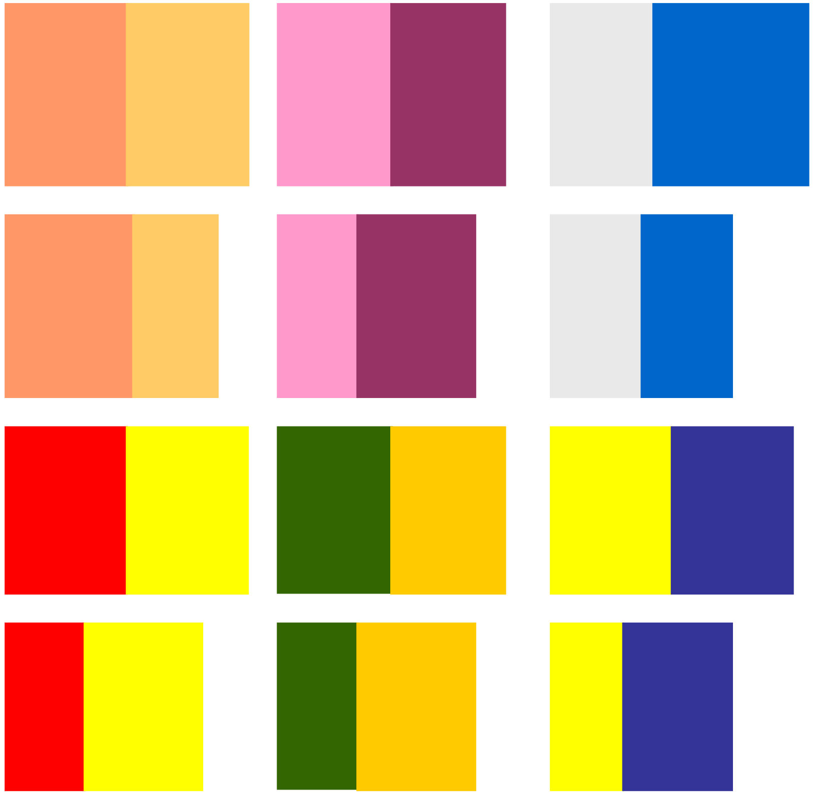
$$\hat{F} = ZR^{-1}A\left(A^{t}R^{-1}A\right)^{-\frac{1}{2}}$$

直交性の条件を入れなければ、解は

$$\hat{F}_{0} = ZR^{-1}A$$

と与えられる。この解を用いても実用上は問題がない。

感性語とサンプル



1 かわいい
2 にぎやか
3 優雅な
4 伝統的な
5 すっきり
6 華やか
7 繊細な
8 自然な
9 退屈
10 好き

因子負荷行列(1)

ある人の配色のSD法アンケートの感性評価データに対して、
感性表現間相関行列の固有値が5.4, 3.1, 0.99, 0.21, 0.11, …であった。
因子数を3とした。
因子負荷行列が次の式で求められた。

$$A \approx \left(\sqrt{\lambda_1} u_1,\ \sqrt{\lambda_2} u_2,\ \sqrt{\lambda_3} u_3 \right)$$

$\sqrt{\lambda_1} u_1$ 共通因子1の因子負荷量ベクトル、感性表現に関する値

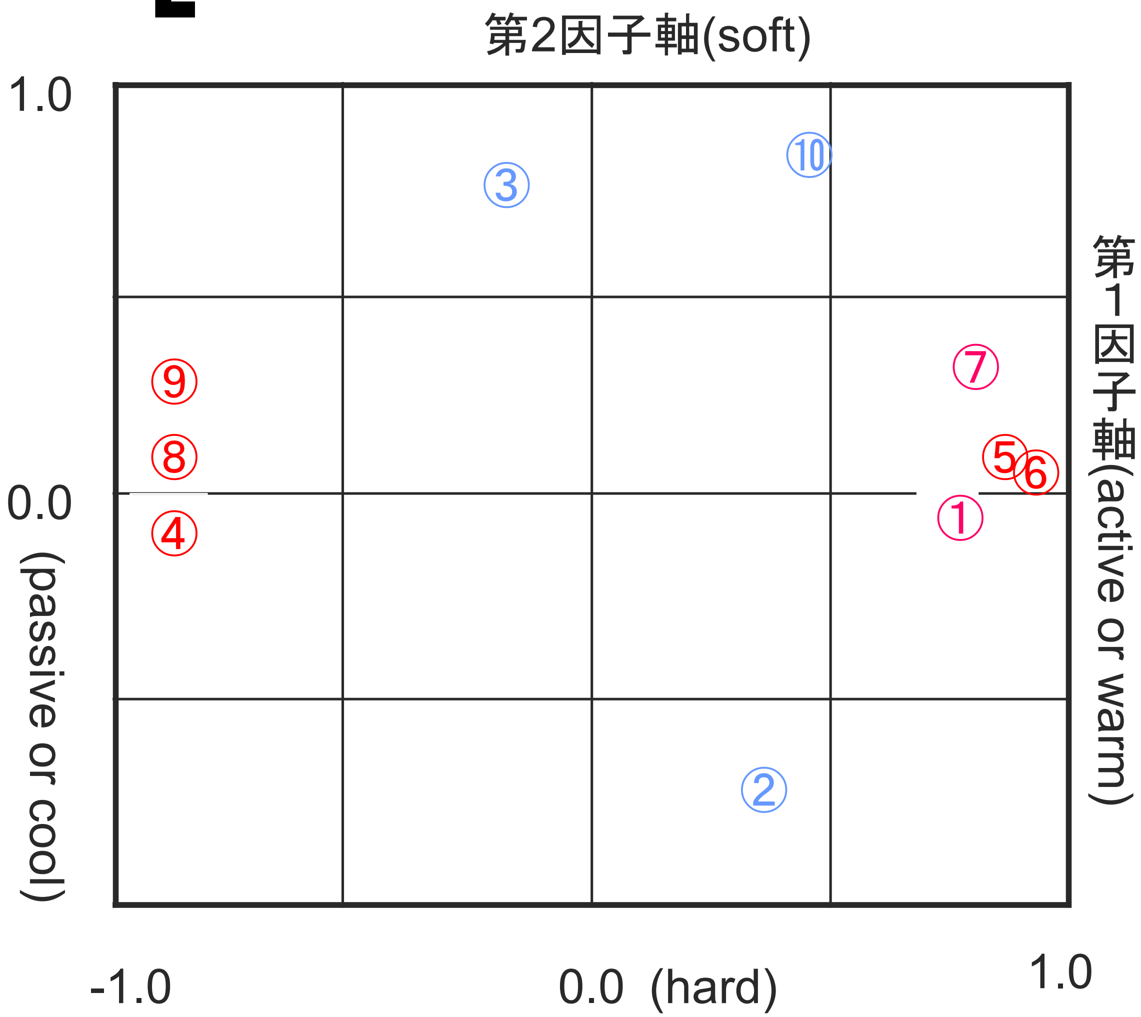
$\sqrt{\lambda_2} u_2$ 共通因子2の因子負荷量ベクトル、感性表現に関する値

$\sqrt{\lambda_3} u_3$ 共通因子3の因子負荷量ベクトル、感性表現に関する値

因子負荷行列(2)

感性表現	因子 （第1） 活動性 (warm/cool)	（第2） 力量性 (soft/hard)	（第3） 雰囲気 （Clear/Grayish）
かわいい	0.7935	−0.0755	−0.5273
にぎやか	0.3289	−0.8482	−0.35
優雅な	−0.1282	0.8548	−0.4278
伝統的な	−0.9292	−0.1143	−0.1341
すっきりした	0.9241	0.0403	0.3412
華やか	0.9568	−0.0136	0.0816
繊細な	0.8297	0.3806	−0.3317
自然な	−0.9202	0.1284	−0.1955
退屈	−0.9324	0.3148	0.037
好き	0.516	0.8024	0.1755
	$\sqrt{\lambda_1}u_1$	$\sqrt{\lambda_2}u_2$	$\sqrt{\lambda_3}u_3$

因子負荷量のプロット(１)



第1因子

1 かわいい: active(warm)

4 伝統的: passive(cool)

5 すっきり: active(warm)

6 華やか: active(warm), and a bit soft

7 繊細な : active(warm)

8 自然な: passive(cool)

9 退屈 : passive(cool), and a bit soft

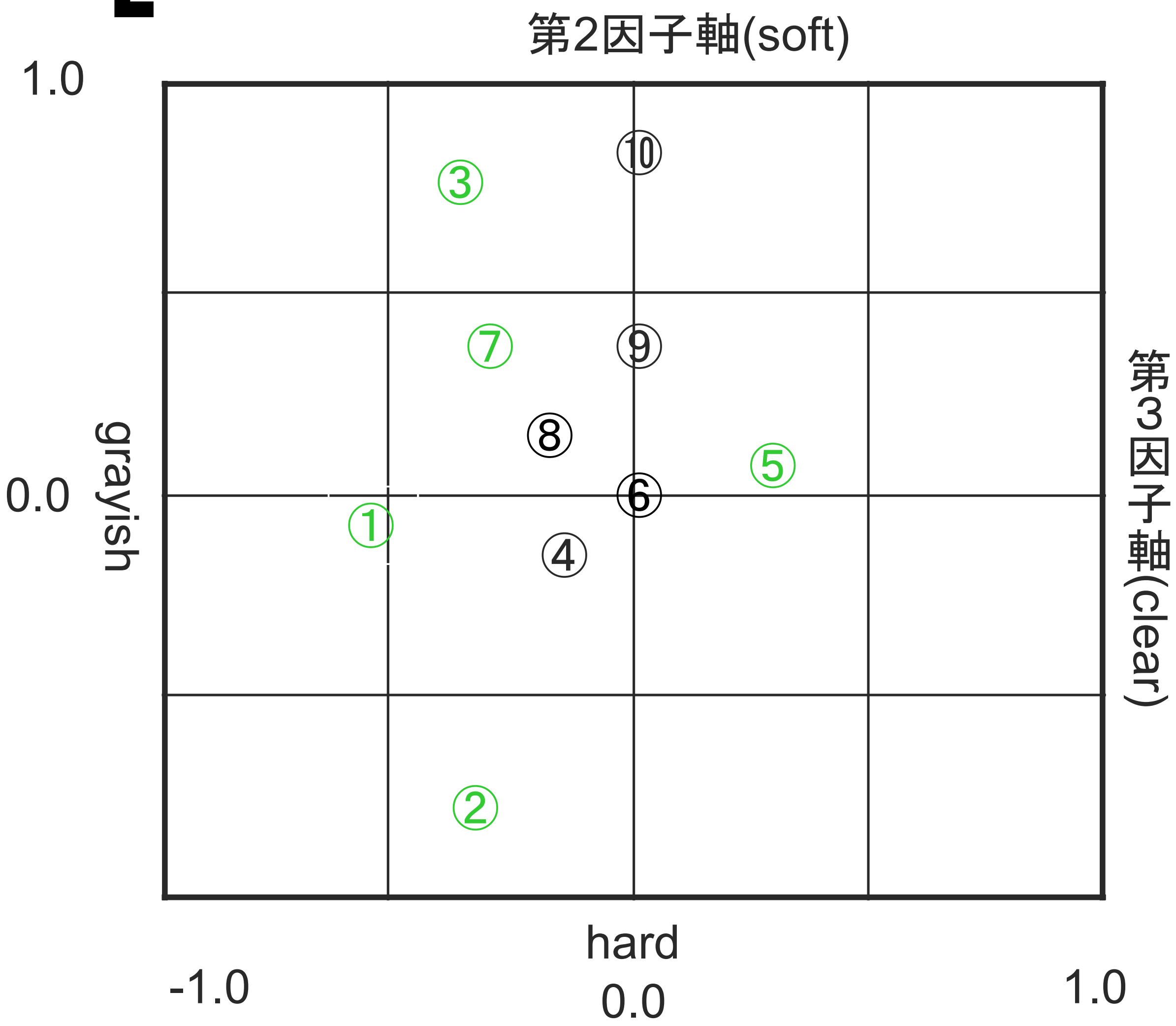
第2因子

2 にぎやか: hard

3 優雅: soft

10 好き : a bit active(warm), and soft

因子負荷量のプロット（2）



第3因子

1 かわいい

2 にぎやか

3 優雅

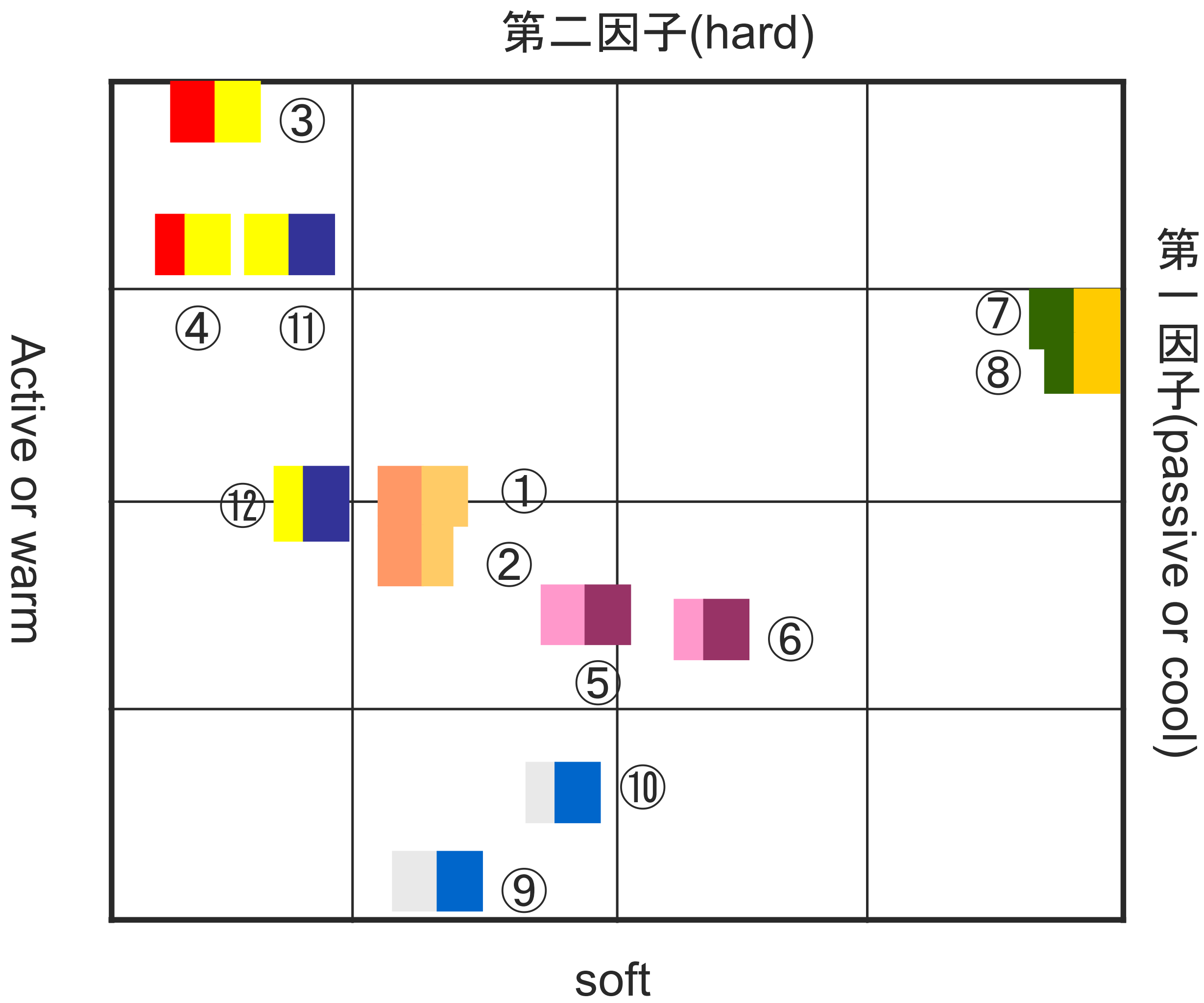
5 すっきり

7 繊細

因子得点行列(1)

サンプル	(第1)	(第2)	(第3)
1	−0.469	−0.0466	1.7564
2	−0.4397	−0.2023	1.2179
3	−0.76	1.8108	−0.4655
4	−0.8747	0.9929	0.5523
5	−0.1252	−0.5573	1.3395
6	0.5915	−0.7315	0.0753
7	2.0261	0.5775	−0.6936
8	2.1171	0.4315	0.3525
9	−0.4743	−2.0204	−0.9632
10	−0.1576	−1.1603	−0.9108
11	−0.7966	0.947	−1.4402
12	−0.6377	−0.0413	−0.8205

因子得点行列(２)



イメージ:

1: a bit active;

2: a bit active;

3: active and hard;

4: active and hard;

5: a bit soft;

6: a bit passive and soft;

7: passive and a bit hard;

8: passive and a bit hard;

9: soft;

10: soft

11, active and hard

12, active

因子得点行列(3)

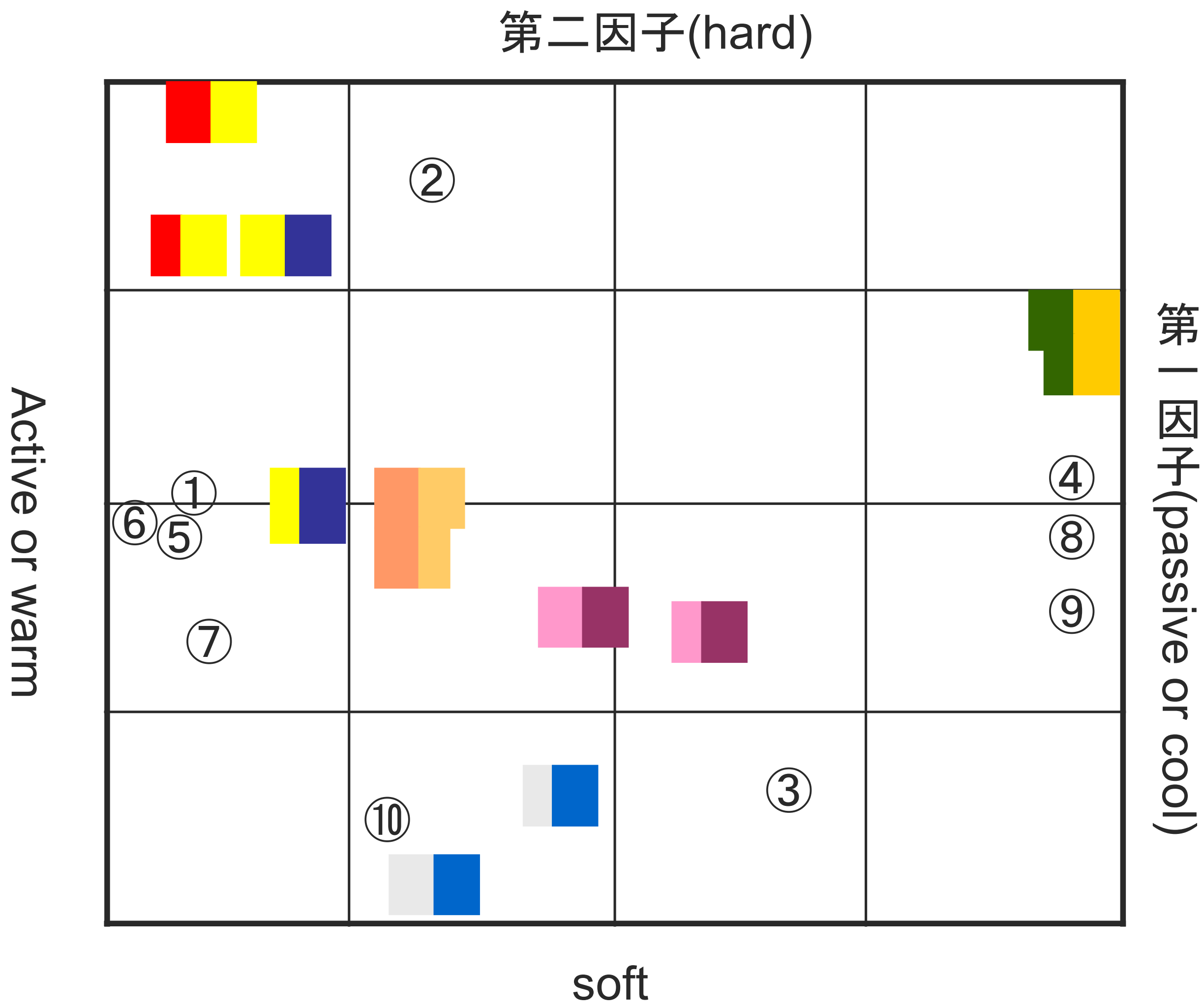
サンプル	(第1)	(第2)	(第3)
1	−0.469	−0.0466	1.7564
2	−0.4397	−0.2023	1.2179
3	−0.76	1.8108	−0.4655
4	−0.8747	0.9929	0.5523
5	−0.1252	−0.5573	1.3395
6	0.5915	−0.7315	0.0753
7	2.0261	0.5775	−0.6936
8	2.1171	0.4315	0.3525
9	−0.4743	−2.0204	−0.9632
10	−0.1576	−1.1603	−0.9108
11	−0.7966	0.947	−1.4402
12	−0.6377	−0.0413	−0.8205

第1、第2、第3因子をすべて特徴として利用し、active/passive, soft/hard, clear/grayishの記述でサンプルのイメージを計れる。

1: a bit active, and grayish;

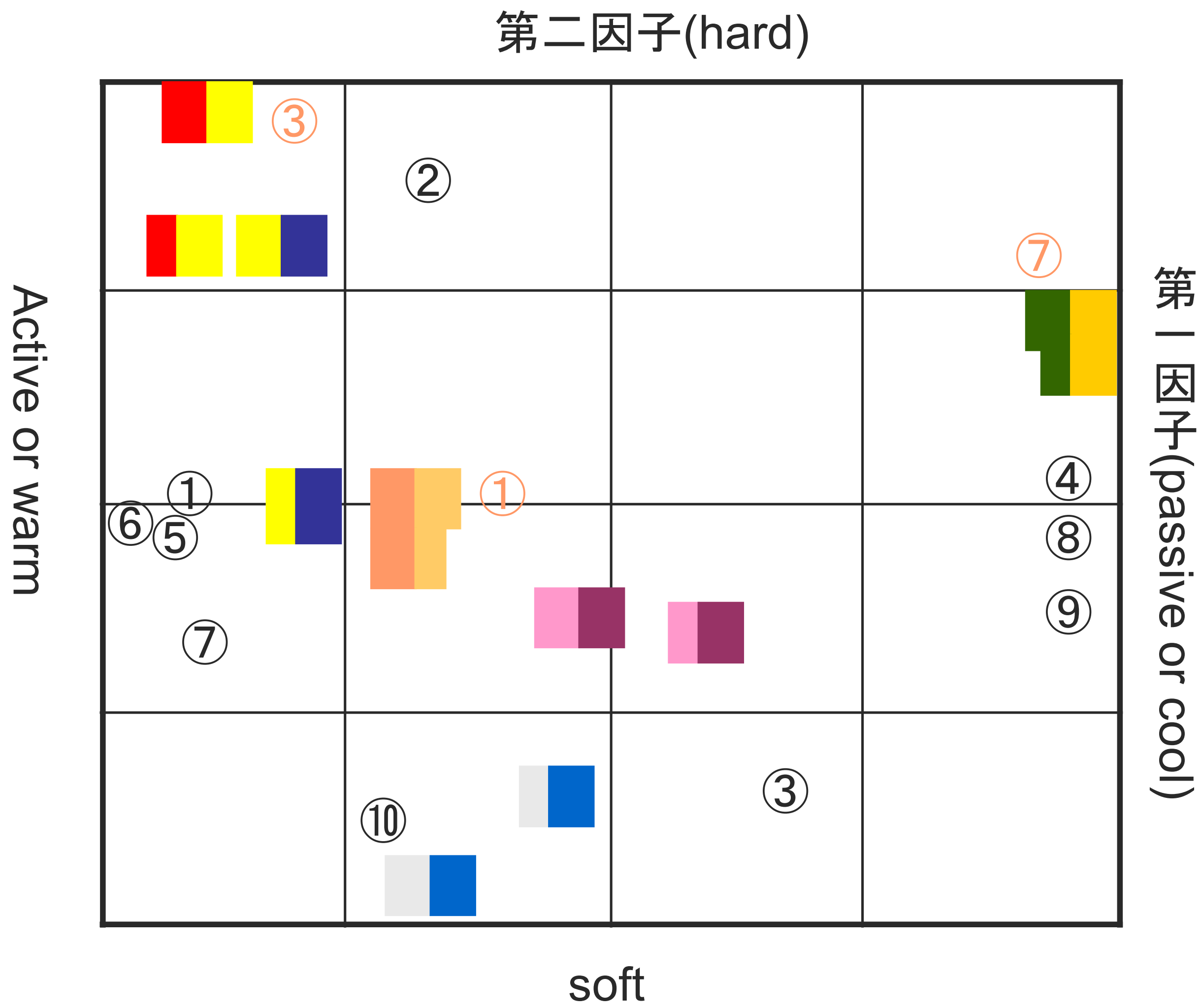
……

因子負荷量と因子得点の対応付け（1）



1 かわいい
2 にぎやか
3 優雅な
4 伝統的な
5 すっきり
6 華やか
7 繊細な
8 自然な
9 退屈
10 好き

因子負荷量と因子得点の対応付け(2)

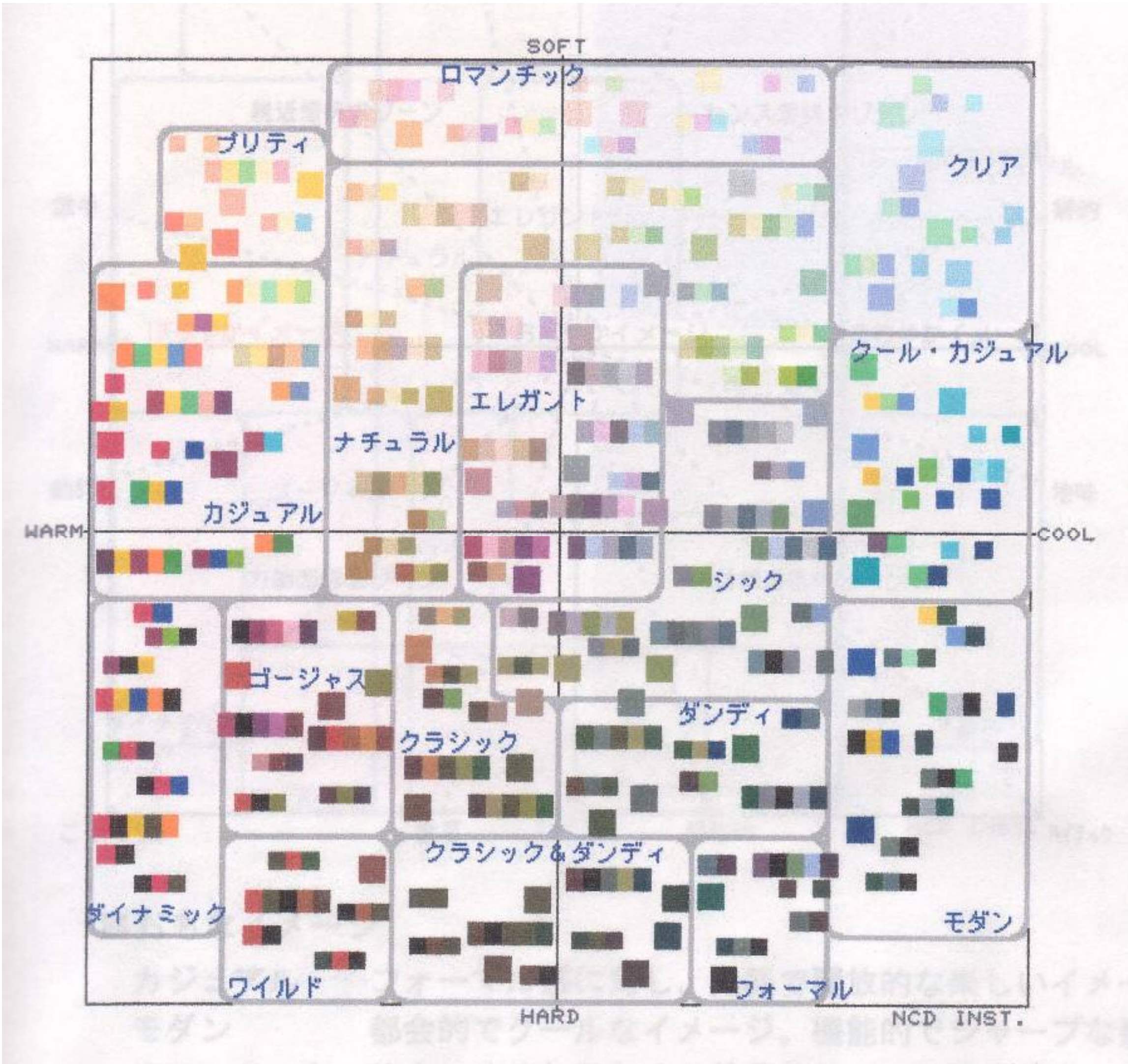


感性語はサンプルと近いほど、その感性語はサンプルのイメージを当たっている。

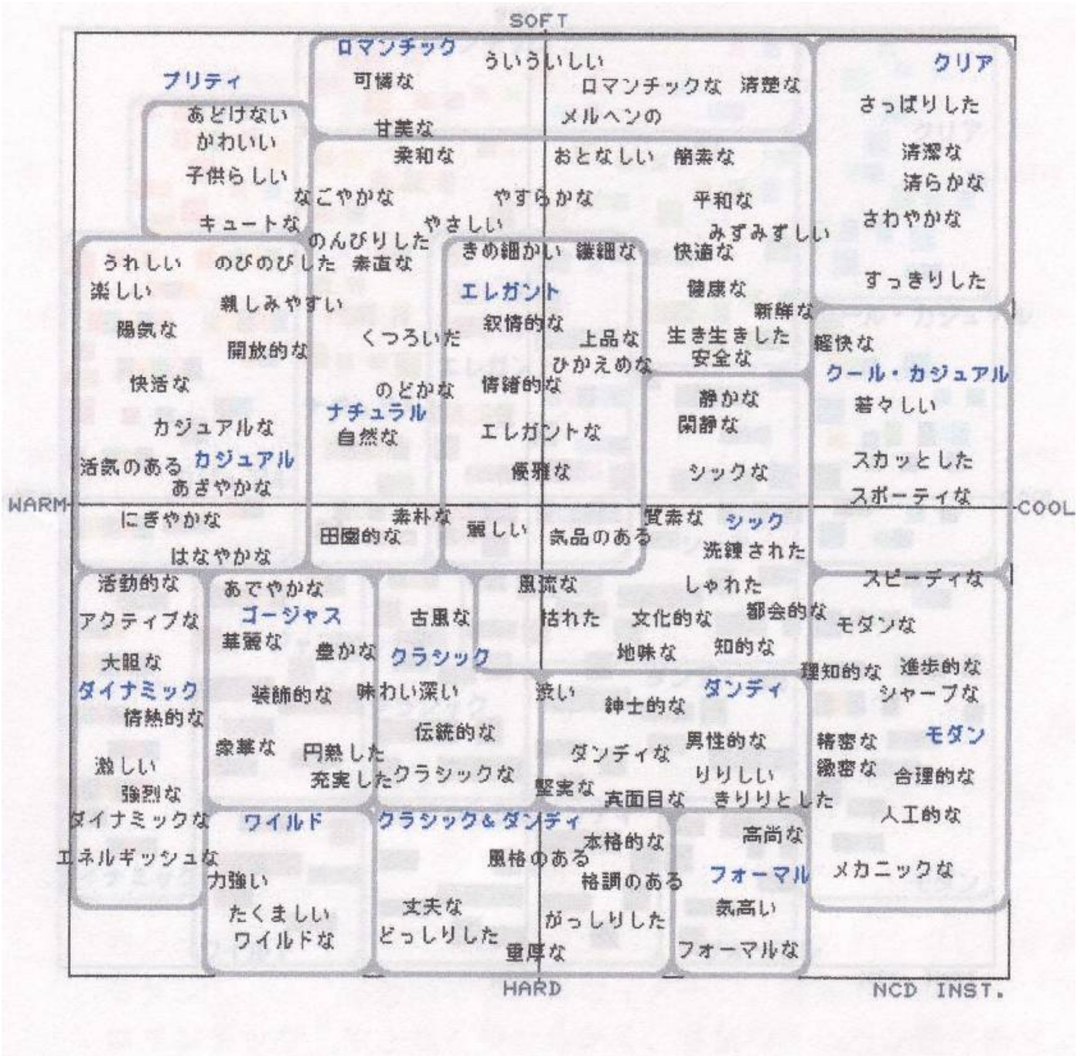
サンプル1:
かわいい
サンプル3:
にぎやか
サンプル7:
伝統的で自然な
……

①:感性語
①:サンプル

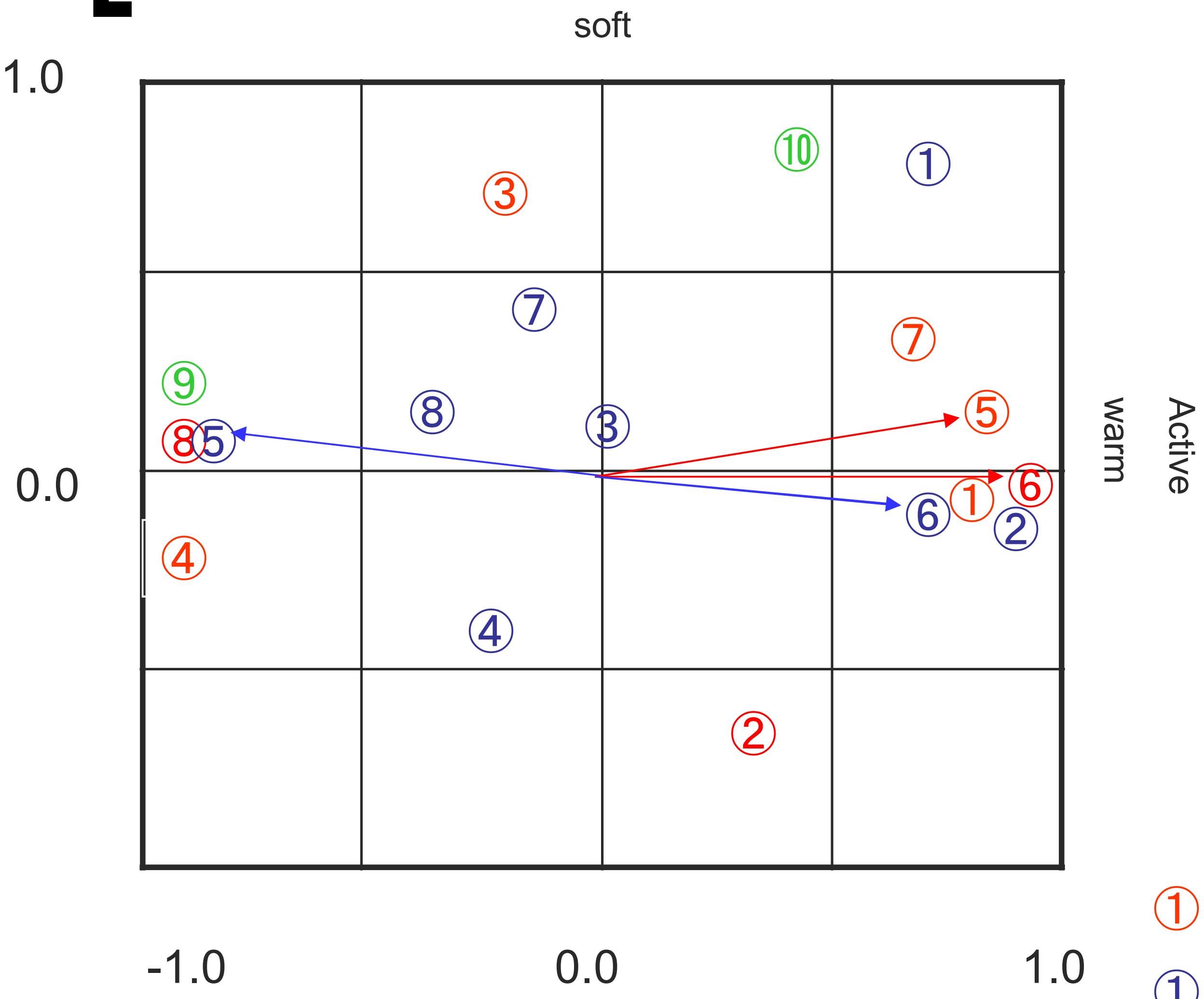
因子負荷量と因子得点の対応付け(3)



因子負荷量と因子得点の対応付け（4）



個人感性と平均感性の比較(1)



1 かわいい

2 にぎやか

3 優雅な

4 伝統的な

5 すっきり

6 華やか

7 繊細な

8 自然

9 退屈

10 好き

①:個人データ

①:言語イメージスケールにより

個人感性と平均感性の比較(2)

- データの散布情報を平均値に集約することによる情報ロスがあり、また、感性表現に対する個人による意識のズレがある。
  - 特に個人因子負荷行列から抽出した第1因子はactive/passiveの意味を持っていると考えが、平均言語イメージスケールの第1因子はwarm/coolの意味をもつと定義する
- 但し、感性表現と対象の対応付けに対して、個人による意識は平均による意識と一致することが多い。
- それにより、平均感性により作った感性表現と対象の対応付けは個人感性にある程度に適応する。

参考文献

- 　感性ﾃﾞｰﾀ解析、中森義輝著、森北出版
- 商品開発と感性、長町三生編、海文堂

課題

課題3：
前回にやったpaintingのSD法アンケートの調査データにより、第1共通因子と第2共通因子の因子負荷量ベクトルと因子得点ベクトルを計算してください（計算を簡単にするために、Dを0にする）。

以上の第1共通因子と第2共通因子の結果により、2次元平面で、各感性語に関わる因子負荷量のプロット及び各サンプルに関わる因子得点のプロットを作ってください。この2つプロットの配置により、感性語とpaintingの対応付けをしてください。

さらに、好きという言葉に近い感性語、また、サンプルが確かに自分に好きな感性語とサンプルであると確認してください。理由を述べてください。